

# Geometria Descritiva e Conceptual

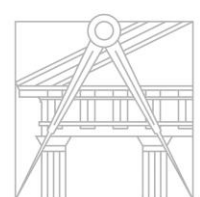
20241182



BEATRIZ GARRIDO

**U** LISBOA

UNIVERSIDADE  
DE LISBOA



FACULDADE DE ARQUITETURA  
UNIVERSIDADE DE LISBOA

**RP**

Mestrado Integrado em Arquitectura  
Ano Lectivo 2024-2025 1º Semestre  
Docente - Nuno Alão 1º Ano

# ÍNDICE:

**Aula 1 – Rebatimentos**

**Aula 2 – Rebatimentos / Cotagem**

**Aula 3 – Rebatimentos**

**Aula 4 – Interseções / Declives, rebatimentos**

**Aula 5 – Rebatimentos**

**Aula 6 – Perpendicularidade e rebatimentos /Interseções Calotes**

**Aula 7 – Interseções Calotes / Graduação de uma reta**

**Aula 8 – Coberturas**

**Aula 9 – Coberturas**

**Aula 10 – Coberturas**

**Aula 11 – Superfícies Topográficas**

**Aula 12 – Superfícies Topográficas**

# ÍNDICE:

**Aula 13 – Taludes Curvos**

**Aula 14 – Exercício de Exame**

**Aula 15 – Interseções de Sólidos**

**Aula 16 – Interseções de Sólidos**

**Aula 17 – Sombras**

**Aula 18 – Sombras**

**Aula 19 – Sistemas de Coordenadas**

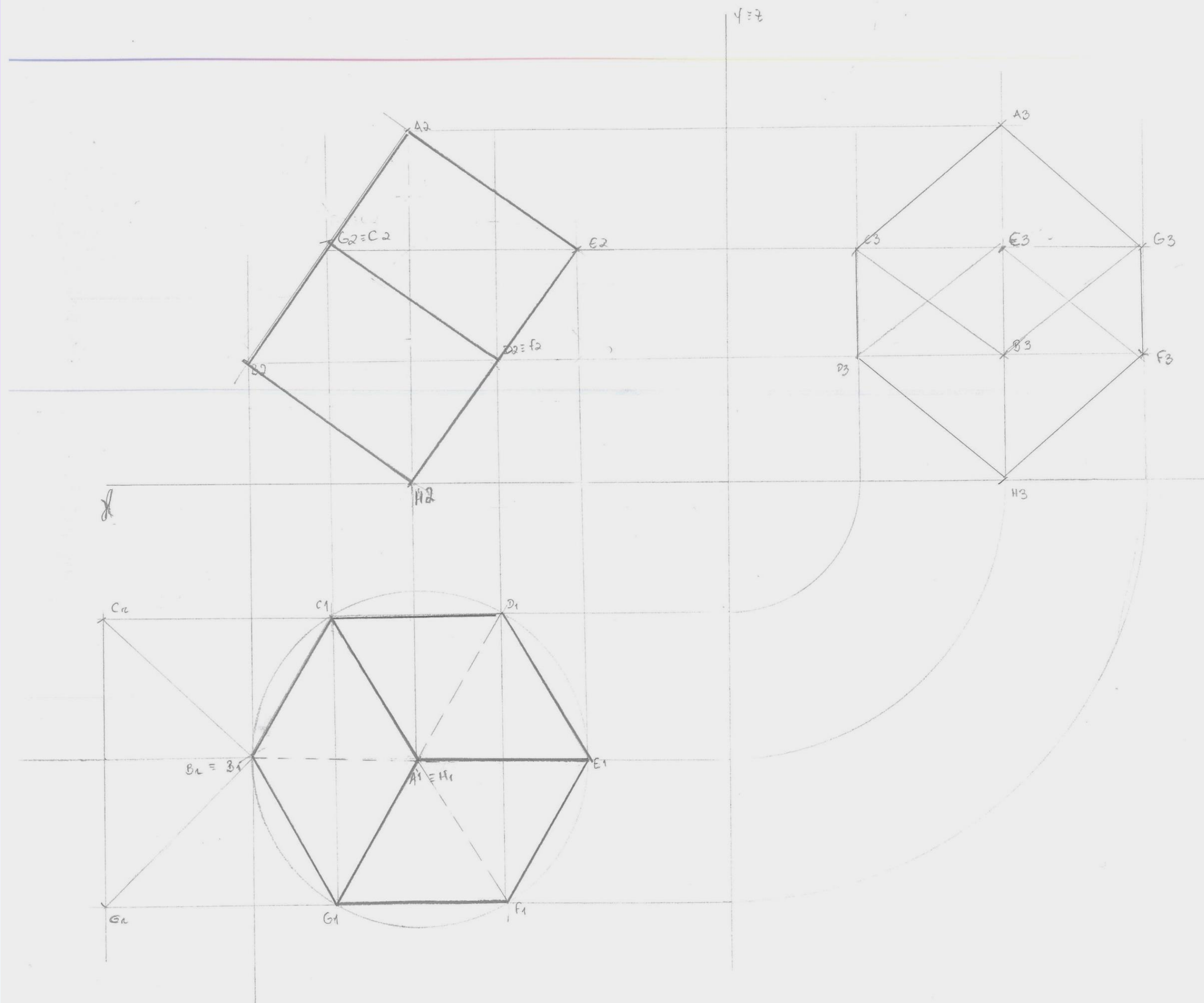
**Aula 20 – Sombras**

**Aula 21 – Sistemas de Projeção / Projeções Cónicas**

**Aula 22 – Axonometrias / Pontos de Fuga**

**Aula 23 – Pontos de Fuga**

**Aula 24 – Perspetiva**



Represente a meio da altura eixo  $X$  e abaixo deste 4 figuras planas:

- ✓ - triângulo equilátero
- ✓ - quadrado
- ✓ - pentágono
- hexágono

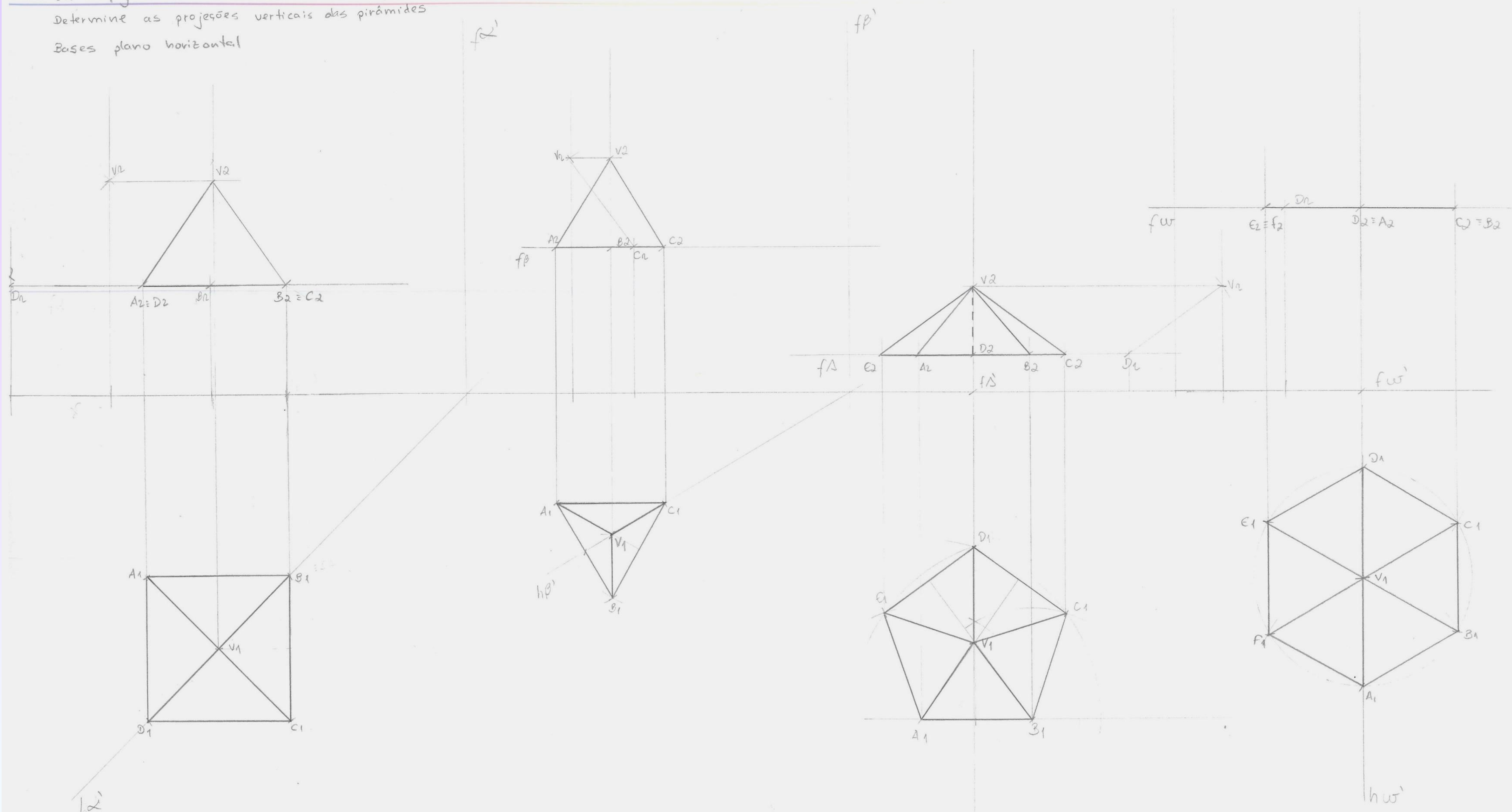
todos lado a lado e 4 cm de lado



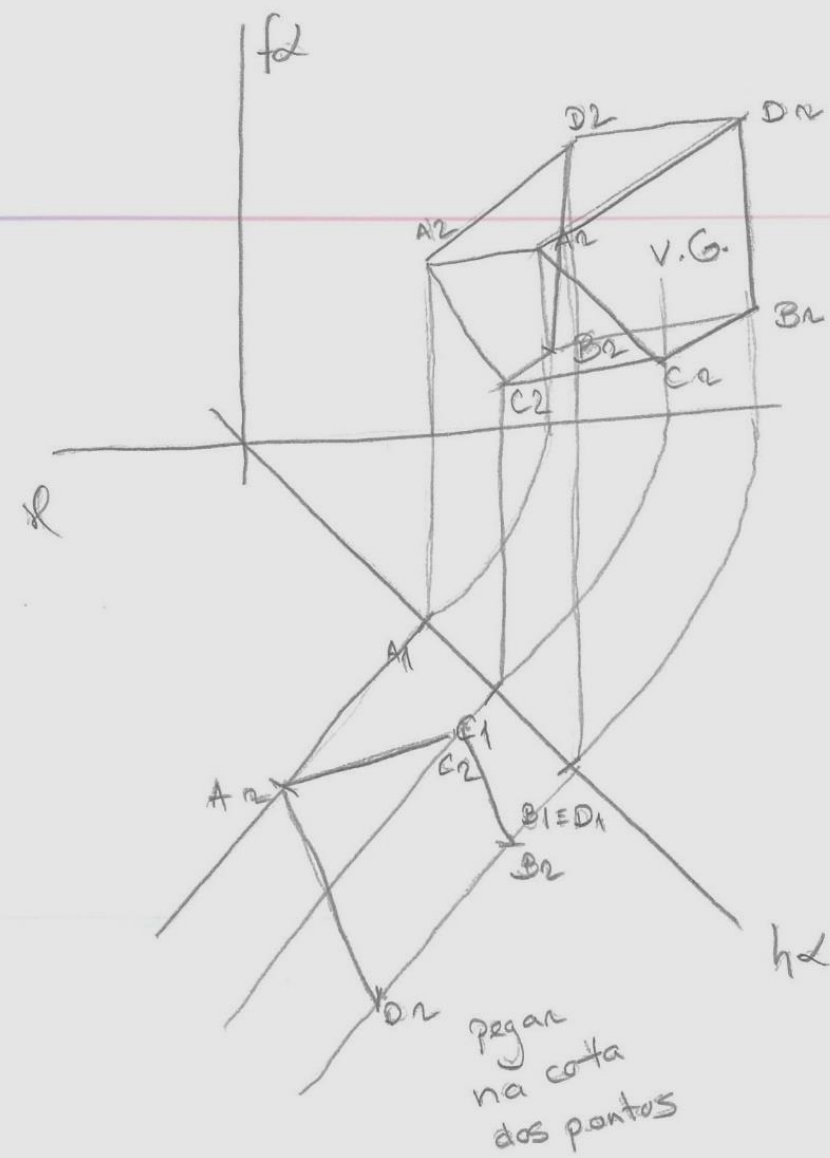
Estas figuras são as bases das 4 pirâmides cujos faces laterais são triângulos equiláteros.

Determine as projeções verticais das pirâmides

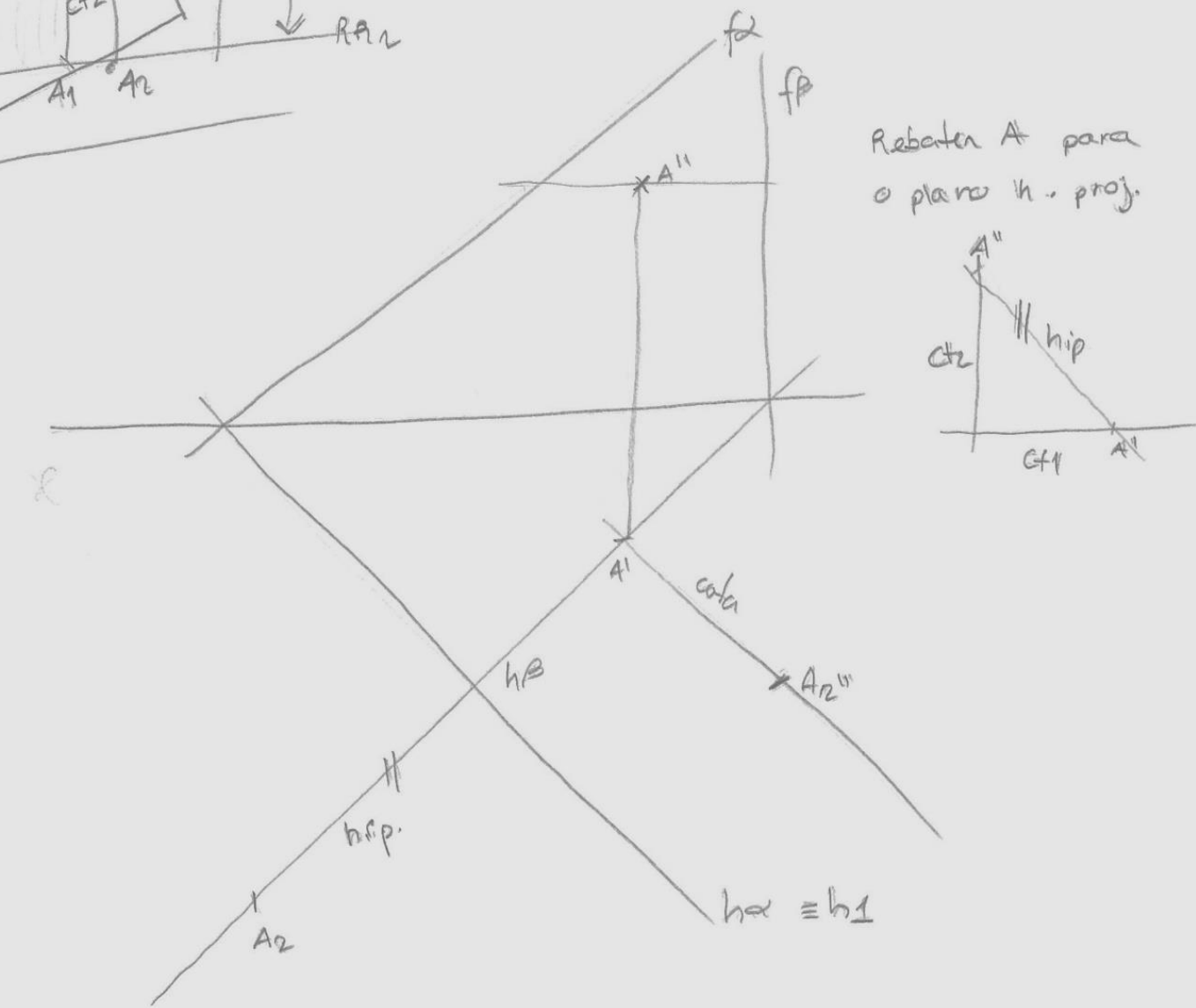
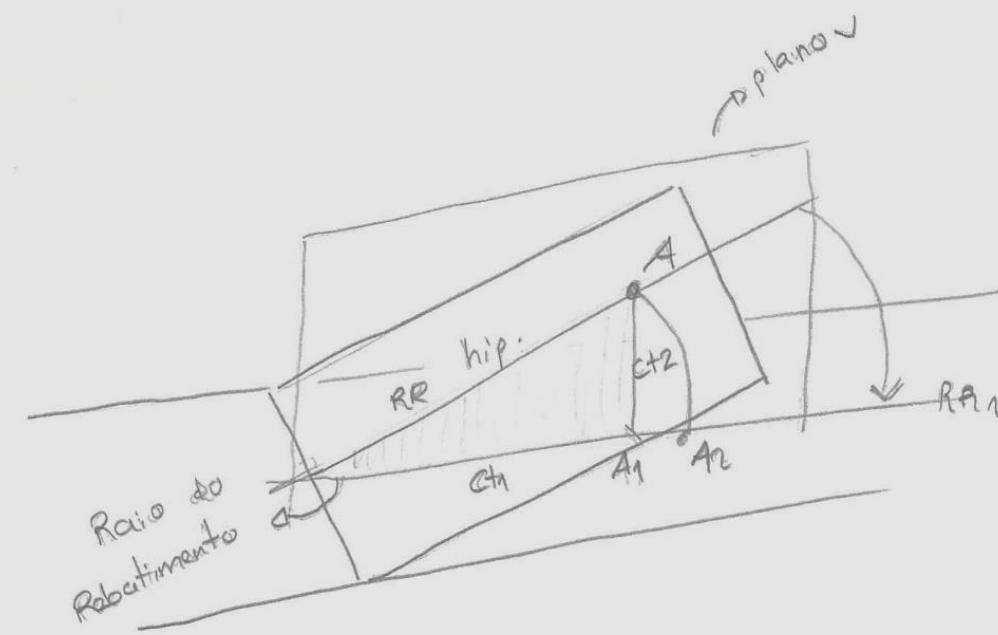
Bases plano horizontal



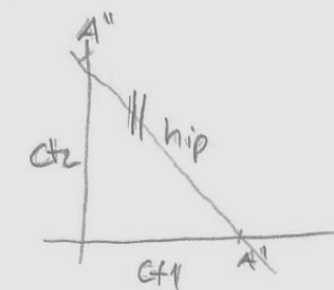
# Rebatimentos



2 formas de rebatimento

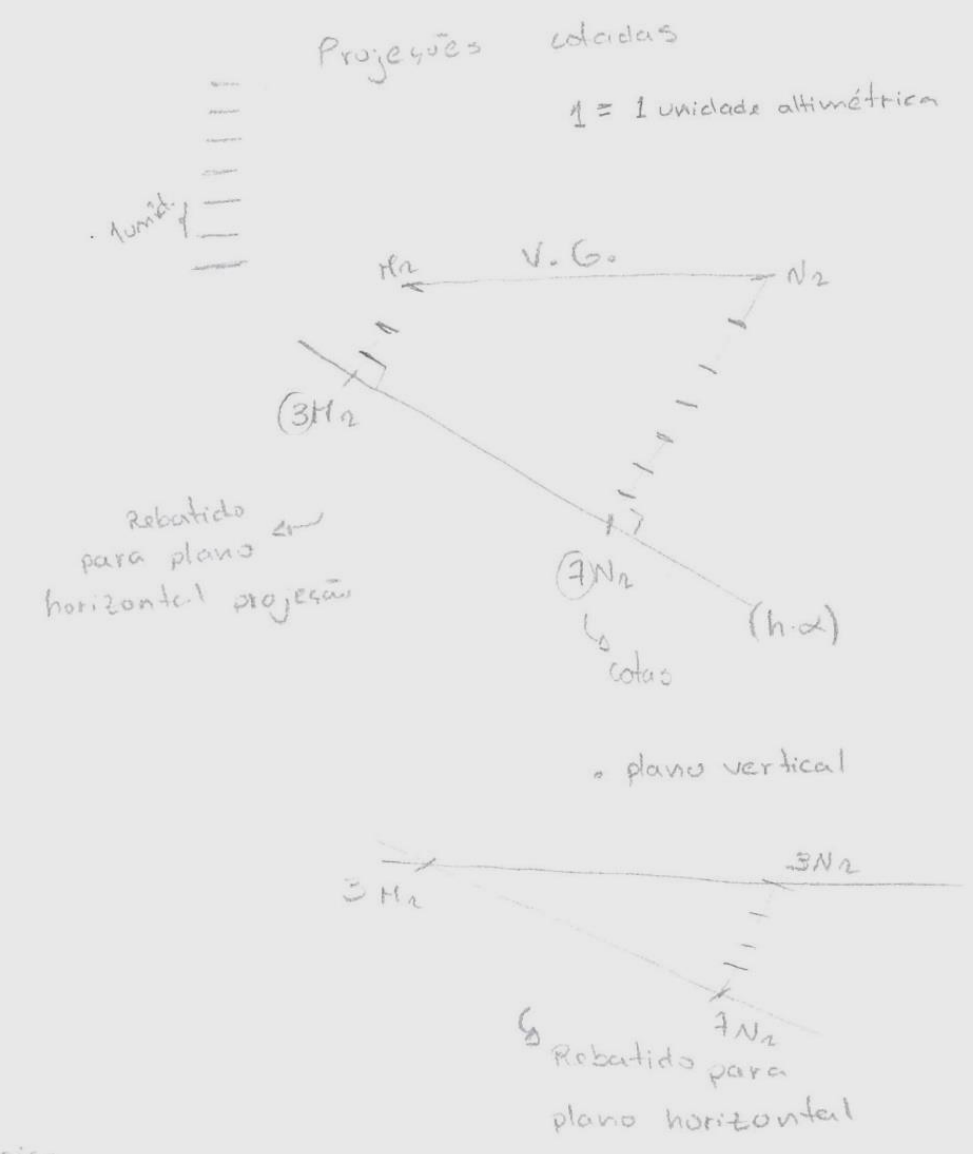
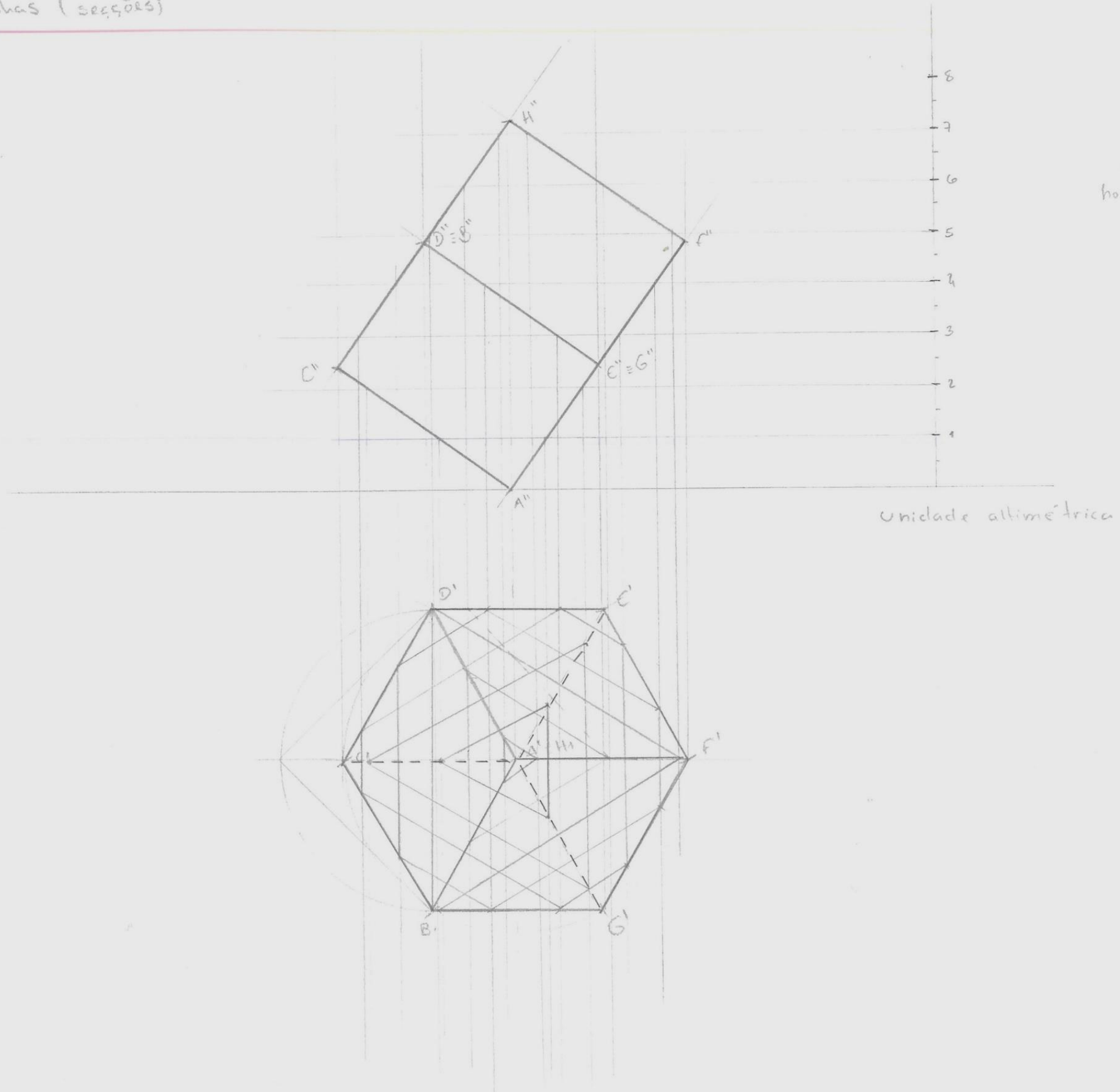


Rebater A para o plano h - proj.



Rebatimento usando um triângulo auxiliar  
ou  
Rebatimento usando um plano vertical auxiliar

Definir unidade altimétrica  
 Na proj. vertical estipular unidades  
 via plano de nível que seccionam proj. vertical  
 Definir eixo através de linhas (seções)



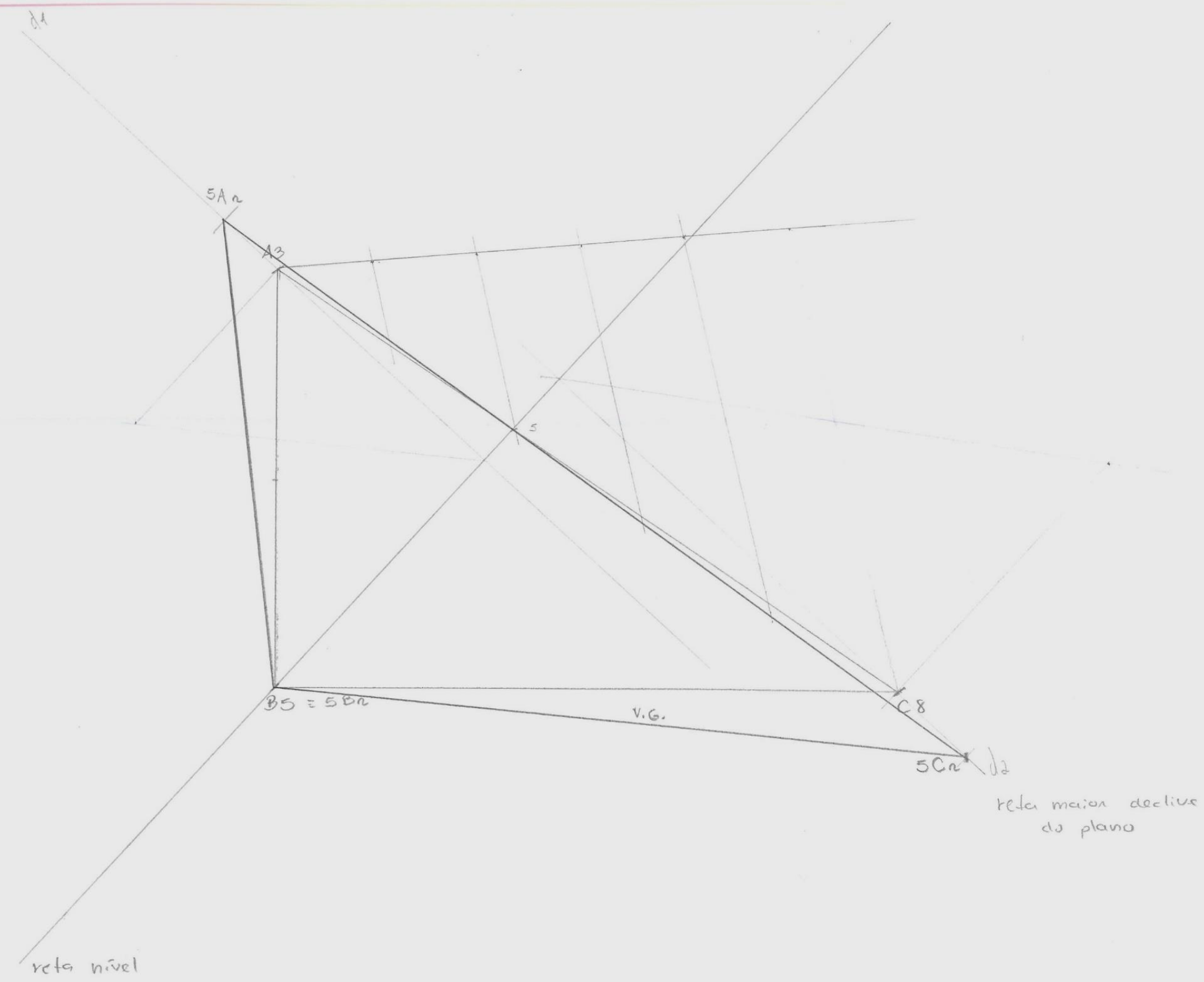
18.09

Aula 2 – Cotagem



Num folha A3 um  $\Delta$  sabendo que 2 lados fazem  $\angle 90^\circ$   
 o lado à esquerda mede 8 cm e o da direita 12 cm  
 os vértices do  $\Delta$  são SA, SB e SC  
 determine a V.G. do  $\Delta ABC$

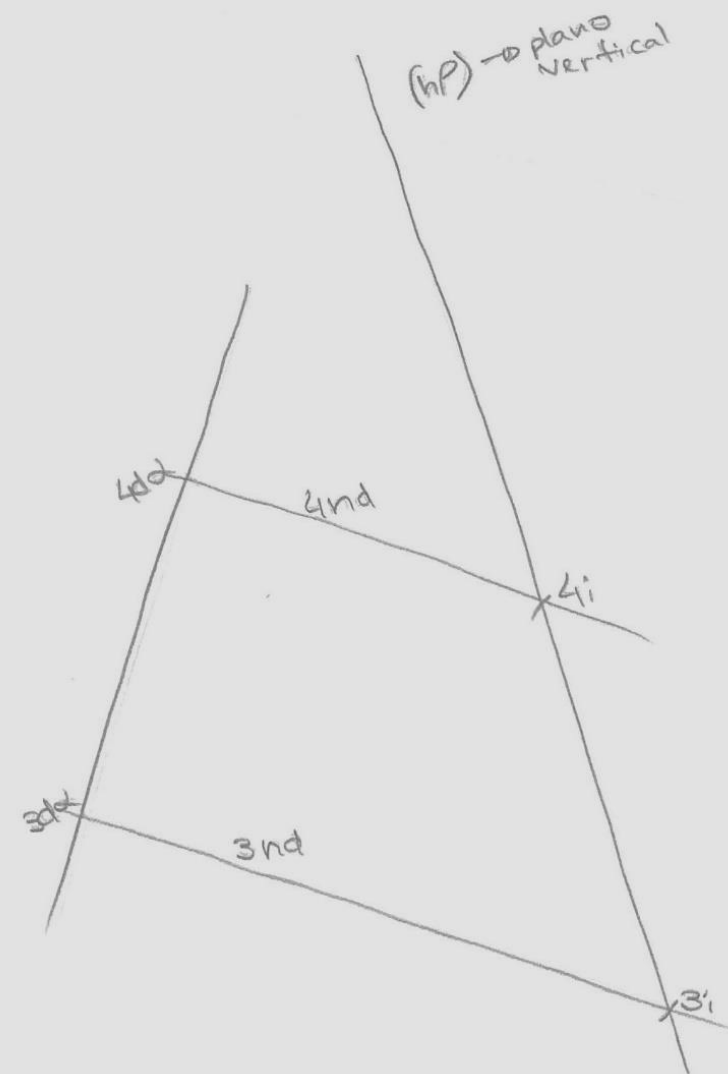
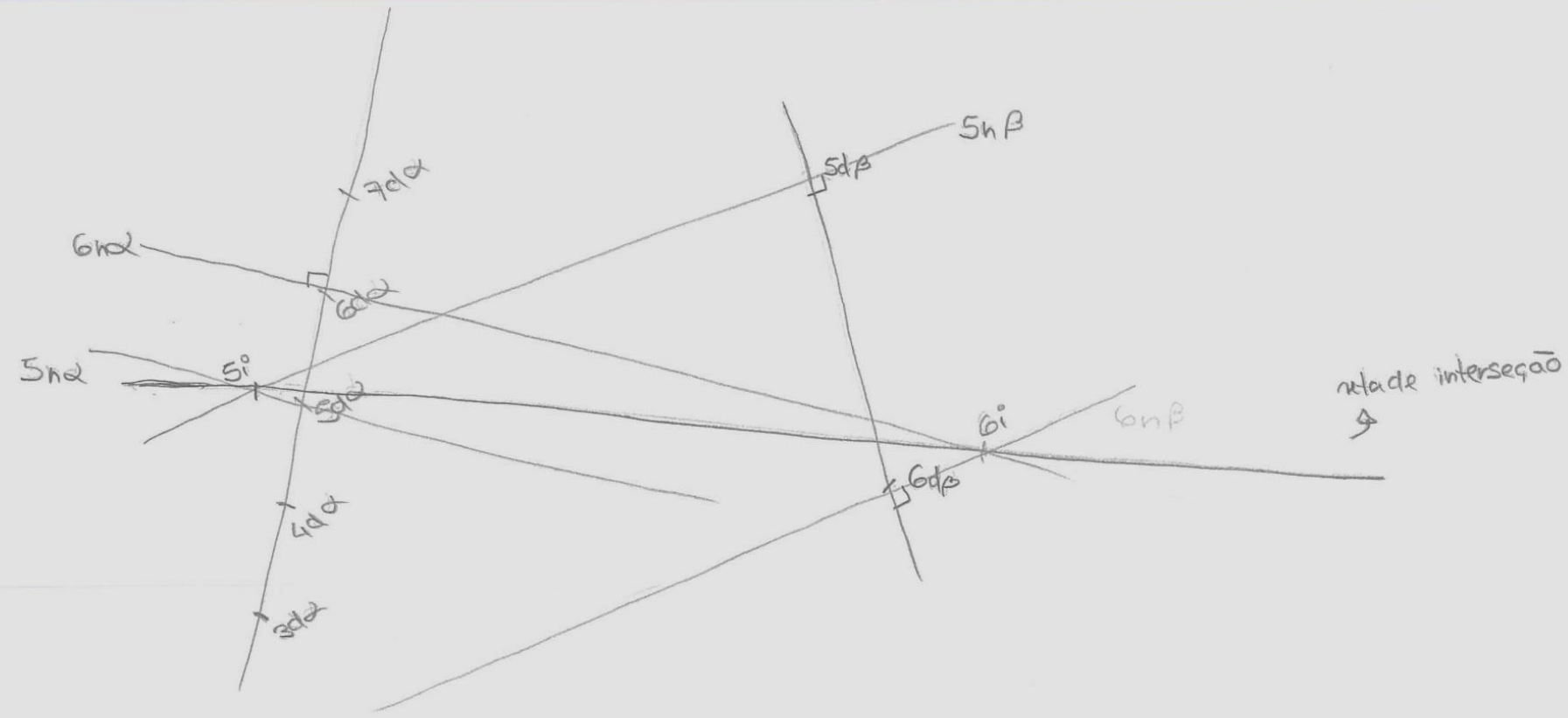
1 uni Alt.



resolvido com reta de nível de cota 5

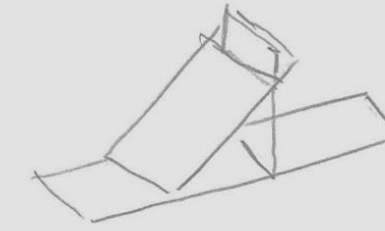
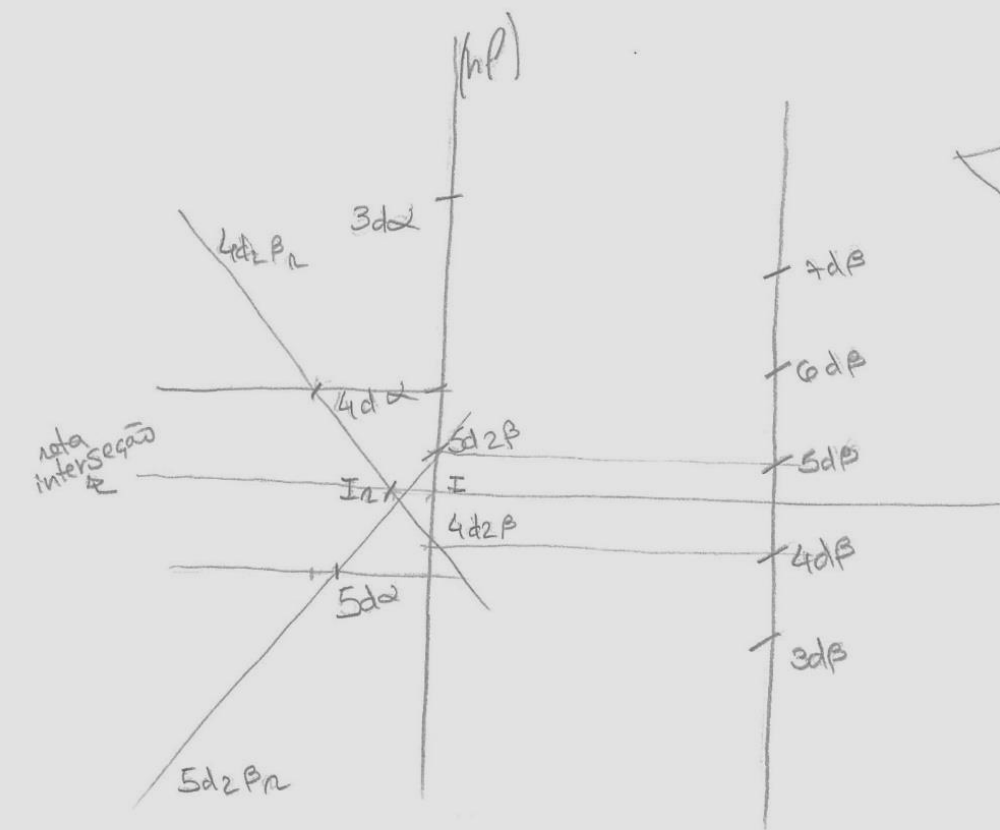
Interseções

1un. Alt.



plano nível = plano horizontal

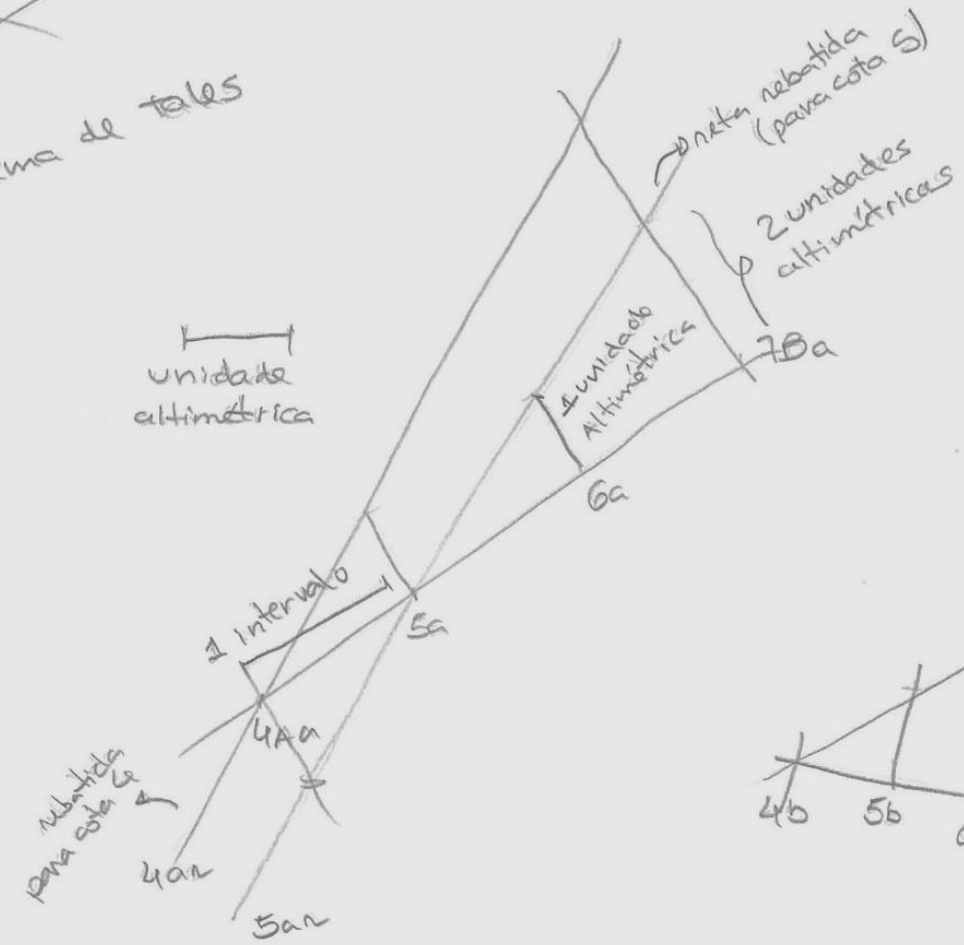
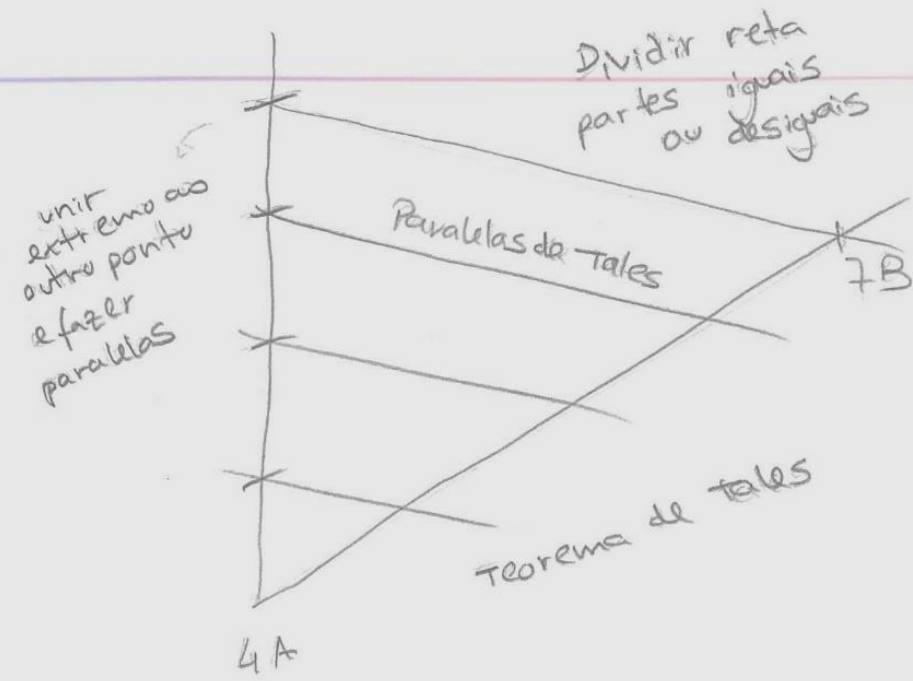
1un. Alt.



Passo usar 2 retas rebatidas e ver onde se intersectam

reta maior declive  $\rightarrow$  em baixo

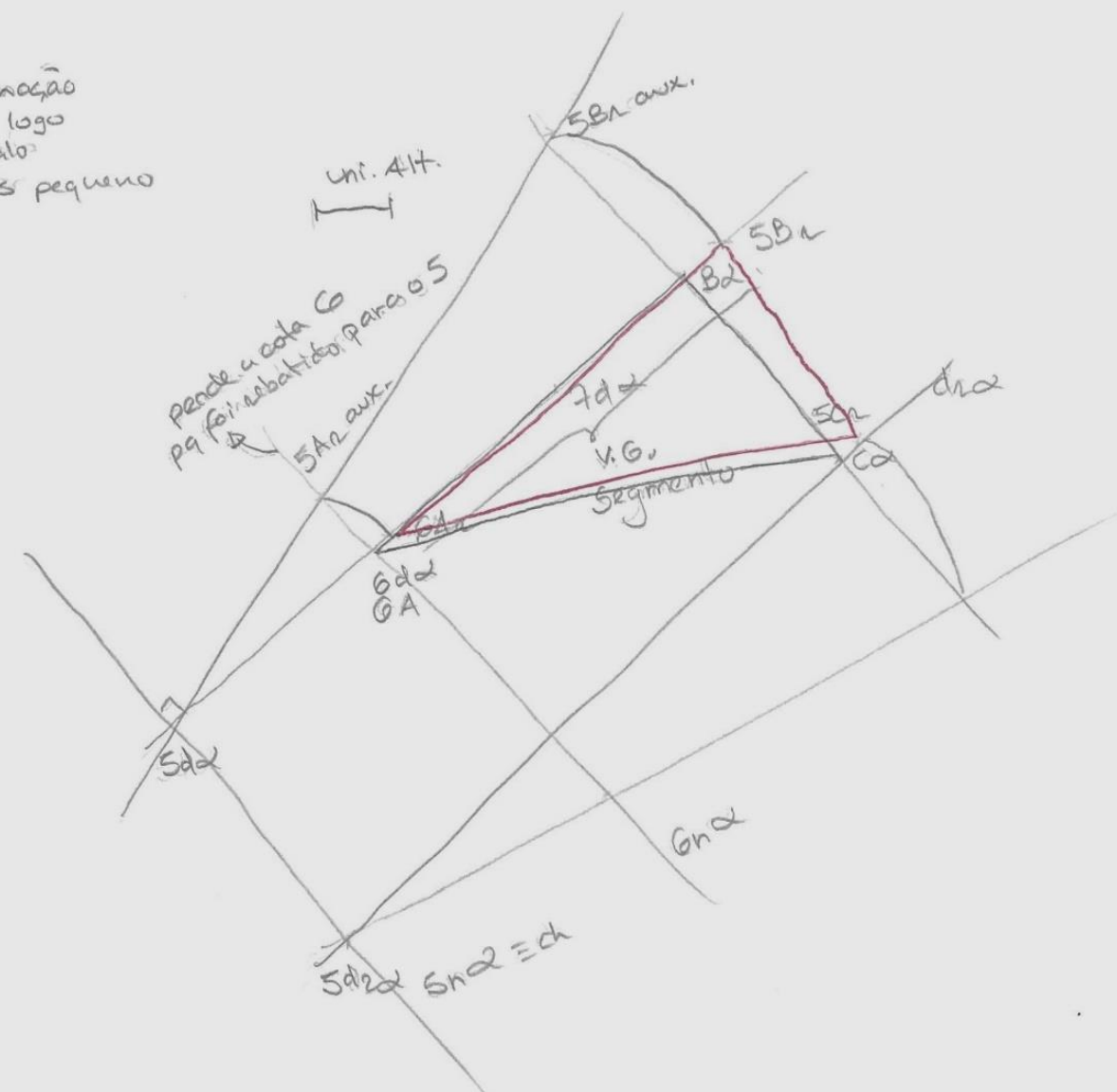
4b 5b 6b 7b g  
 reta graduada



Intervalo é inversamente proporcional ao declive da nota

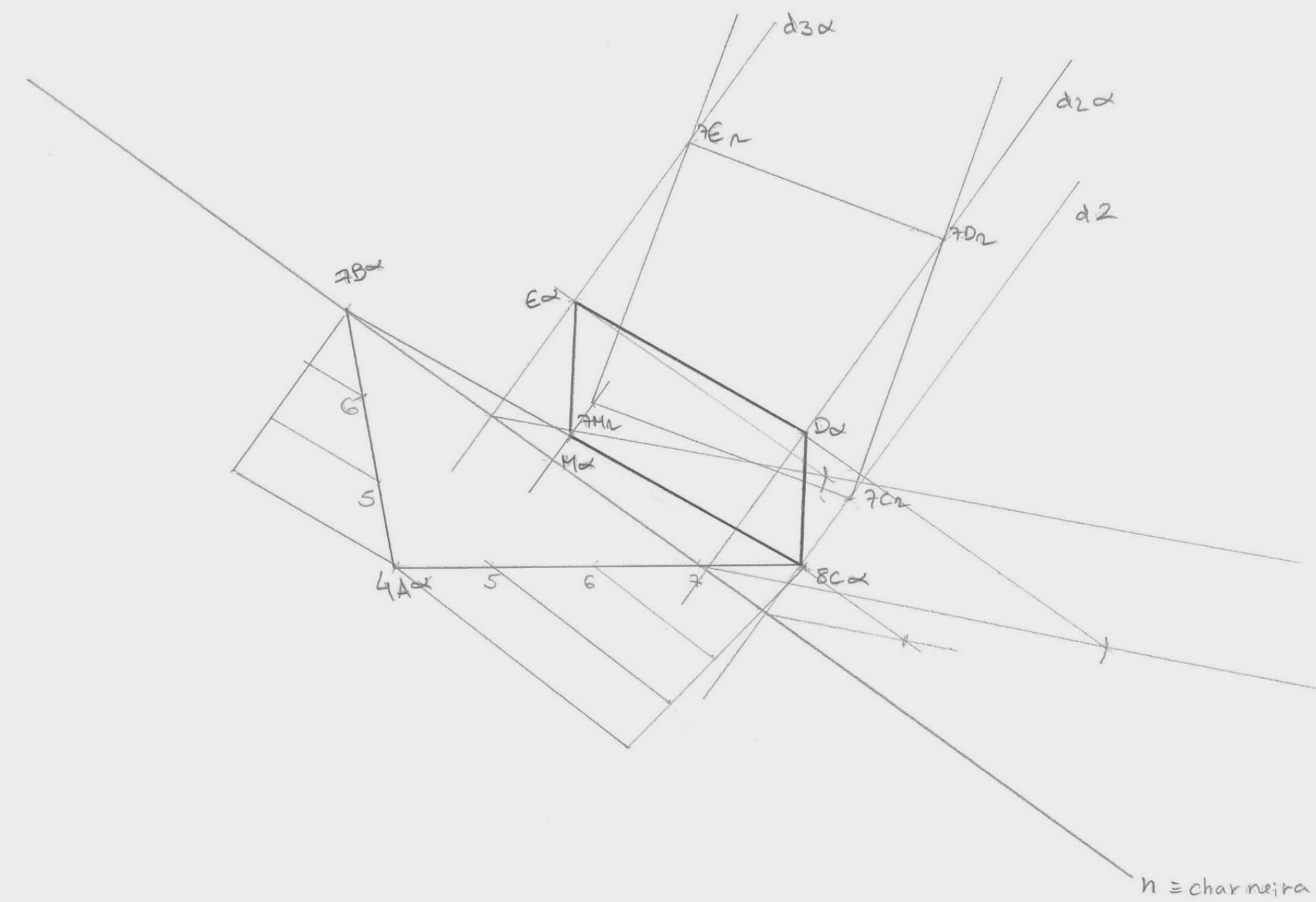
reta maior declive perpendicular às retas horizontais do plano (retas de nível)

Inclinação maior logo intervalo é mais pequeno

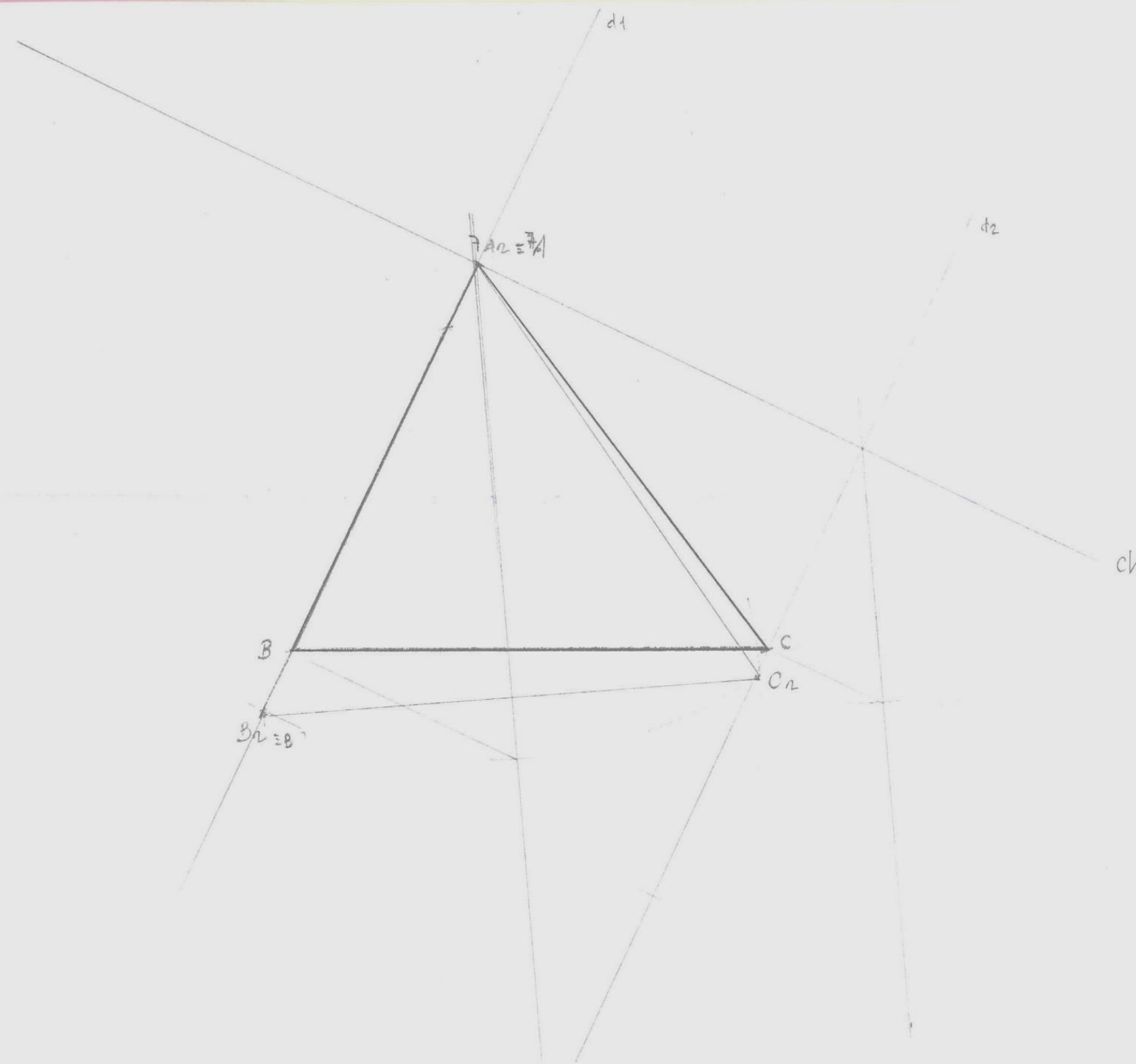


$\frac{1}{2}$  segmento  $\overline{BC}$  é lado do quadrado  $HCDE$ , assente em  $\alpha$ .  
Determine a sua projeção.

1 unidade Alt



Desenhe na sua folha um  $\triangle$  equilátero já rebatido (em V.G.) com 8 cm de lado  
 considere que o segmento AB pertence à reta da maior declive do plano do  $\triangle$  quando este estiver na sua posição no espaço.  
 O plano tem declive de  $30^\circ$  e o ponto A tem cota 7  
 determine a projeção do  $\triangle$  quando este se encontrar contrarebatido.



### Perpendicularidade

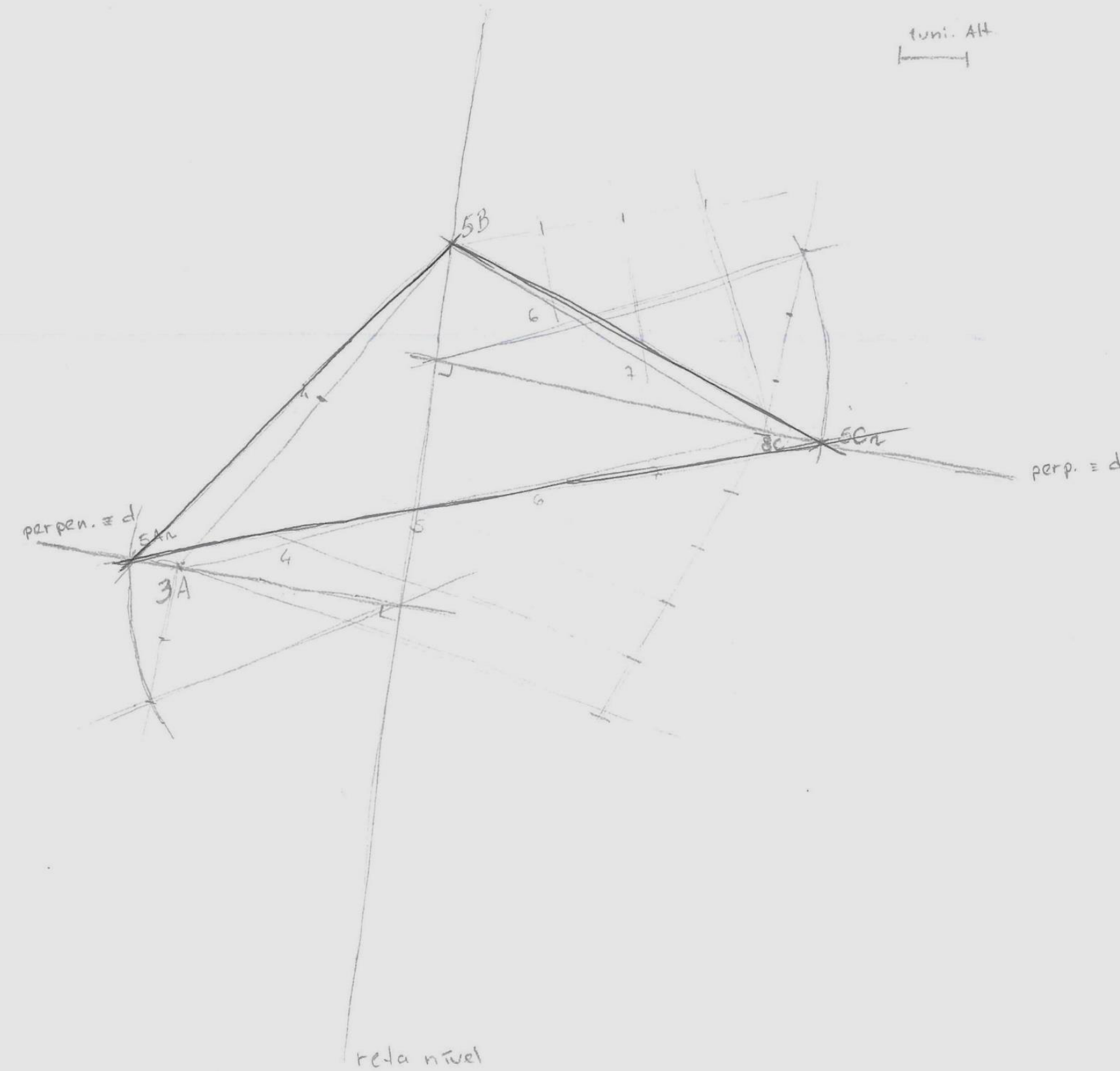
As duas retas A e B perpendiculares entre si no espaço correspondem projeções A' e B' perpendiculares no plano se pelo menos 1 das retas for paralela ao plano de projeção (de nível)

As duas projeções perpendiculares no plano A' e B' não correspondem retas perpendiculares entre si no espaço se nenhuma das retas A e B for paralela ao plano de projeção.

Retas perpendiculares tocam num ponto

Retas ortogonais não se intersectam

### Rebatimento



- 1º Graduar os lados do triângulo
- 2º encontrar reta de nível (mesma cota)
- 3º tirar perpendiculares no pontos do  $\Delta$  (são retas de maior declive)
- 4º marcar as unidades altimétricas no pontos do triângulo perpendiculares à reta maior declive
- 5º Desenhar  $\Delta$  de rebatimento e com ponta na interseção de reta de declive com a reta nível abrir até a unidade altimétrica e rodar até reta maior declive
- 6º unir os pontos rebatidos e está determinada a v.G. do  $\Delta$  ABC

v.G. a preto

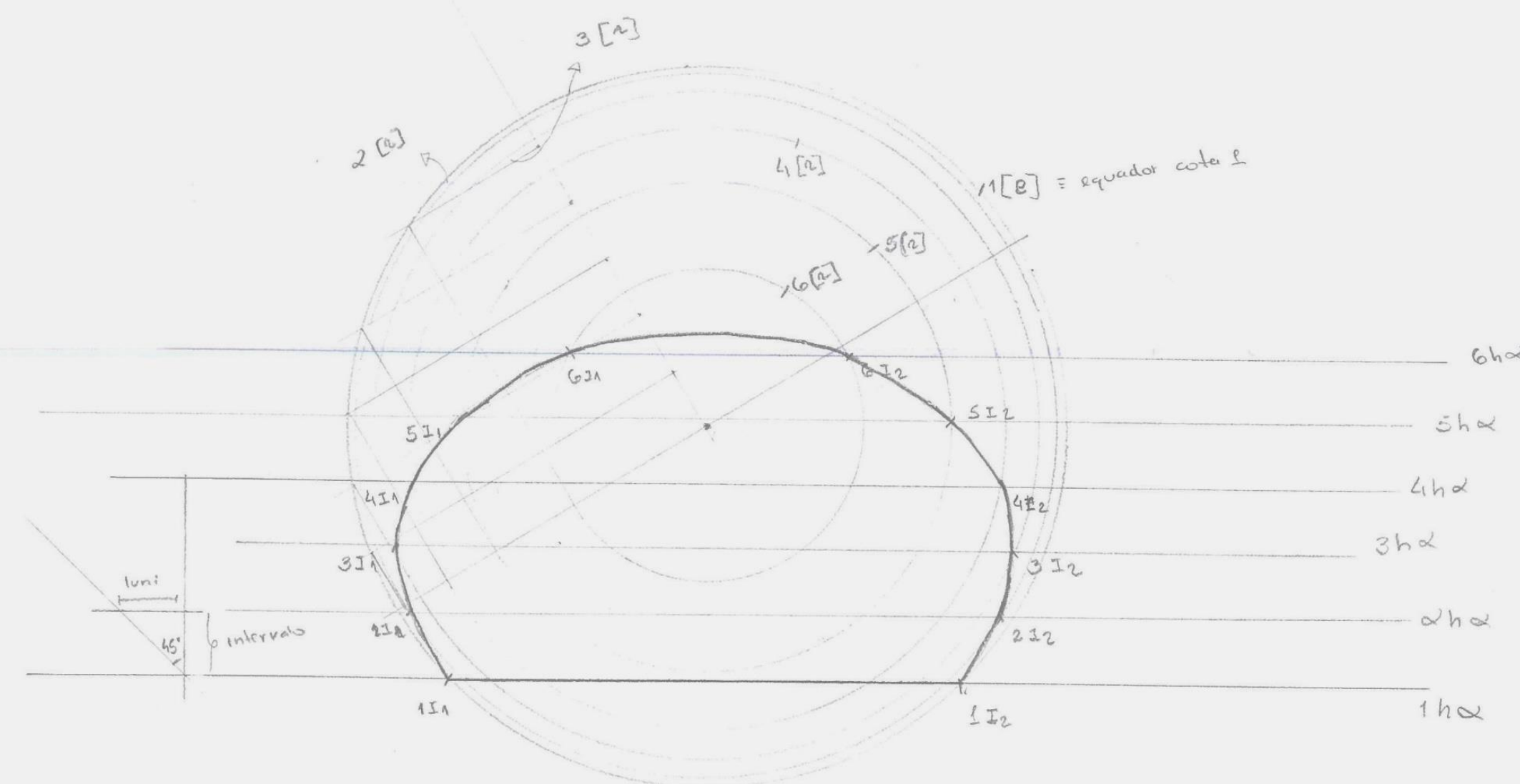
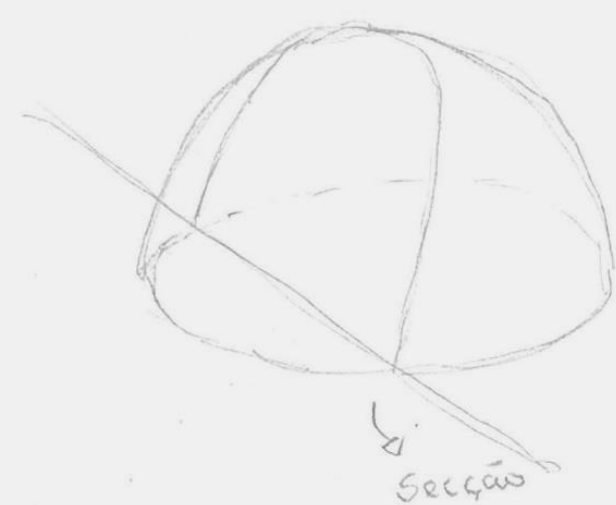
calote esférica = semi-esfera

$\alpha = 45^\circ$

intervalo = 1 unidade altimétrica

1 uni. Alt. = 1cm

Determinar círculos com cotas certas  
Definir calote com as cotas dos círculos

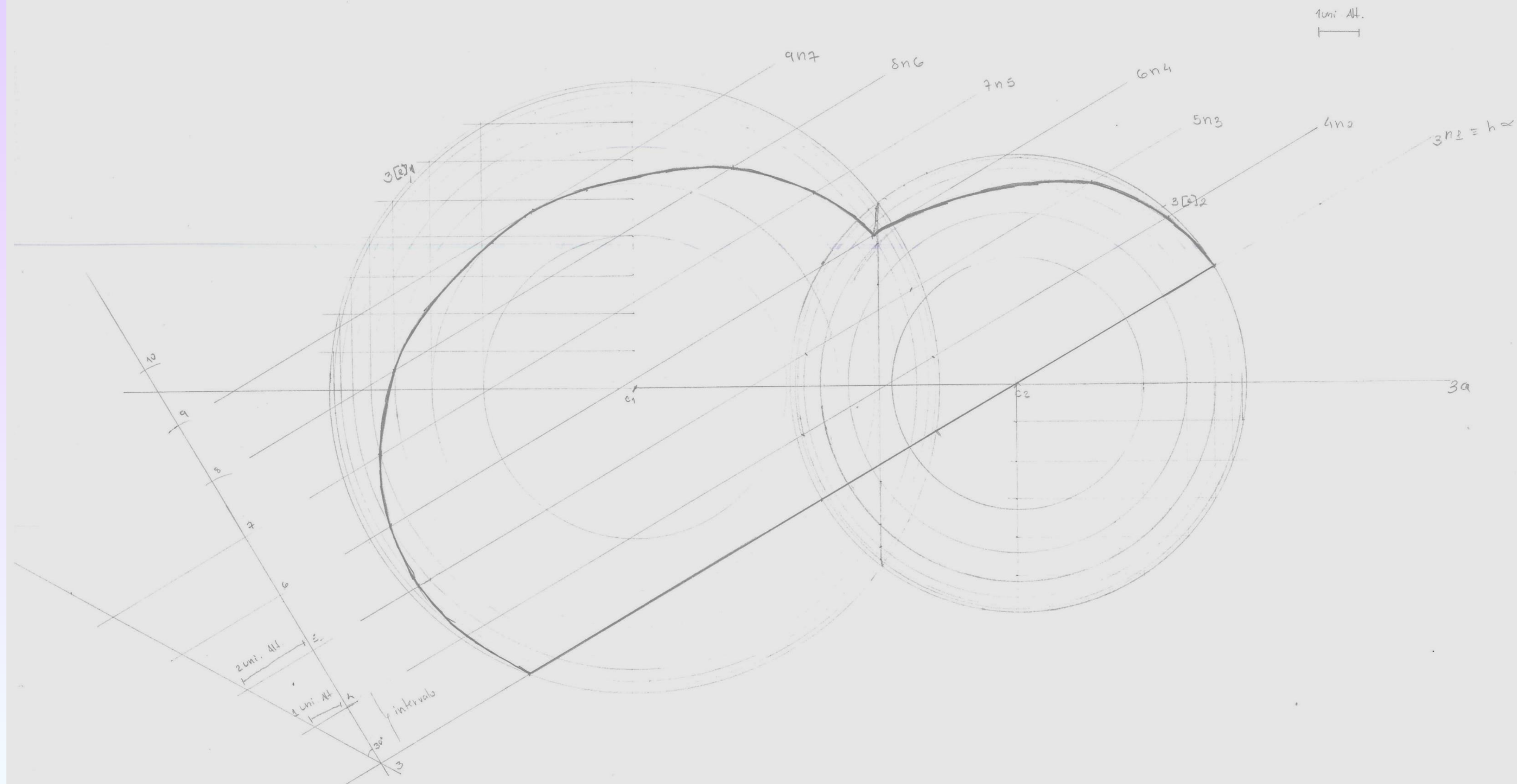


PASSOS

1. Medir unidades altimétricas a partir do eixo.
2. Interceptar com o círculo fazendo paralelos ao diâmetro.
3. Puxar para baixo a interseção até ao diâmetro e fazer a circunferência da cota.
4. Determinar o intervalo usando o ângulo do plano.
5. Usar o intervalo para determinar as cotas dos planos que vão interceptar e formar a secção.
6. Determinar os pontos de interseção.
7. Unir os pontos de interseção e formar a secção.

Represente um segmento com 10 cm de comprimento no meio da folha e em uma posição qualquer um extremo do segmento e' o centro de um equador de uma calote esférica com 8 cm de raio o outro extremo e' o centro de outro equador de outra calote com 6 cm de raio. Estas equadores estão ambas a cota 3 e as calotes desmembram-se para cima. A unidade altimétrica é o cm.

No centro do equador menor faça passar uma reta de nível de cota 3 de um plano  $\alpha$  sabendo que esta faz um ângulo de 30° com o segmento que une os dois centros de equadores. Este plano tem declive de 30° e desmembra-se com cotas crescentes para cima da linha que une os centros. Determine o resultado da união dos dois calotes e a extração produzida pela interseção do plano inclinado que fica acima do plano.





$\Delta$  retângulo isósceles com 10cm catetos

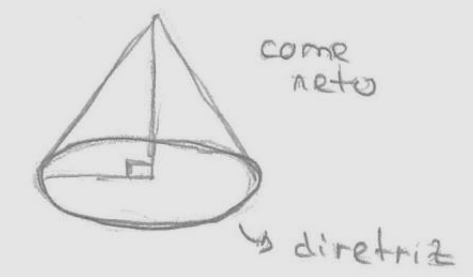
Vértices no sentido horário A, B e C iniciando no vértice reto

Os vértices vão ser o centro de uma calote esférica no centro A e dois cônes nos centros B e C, desenvolvendo-se as figuras para cima

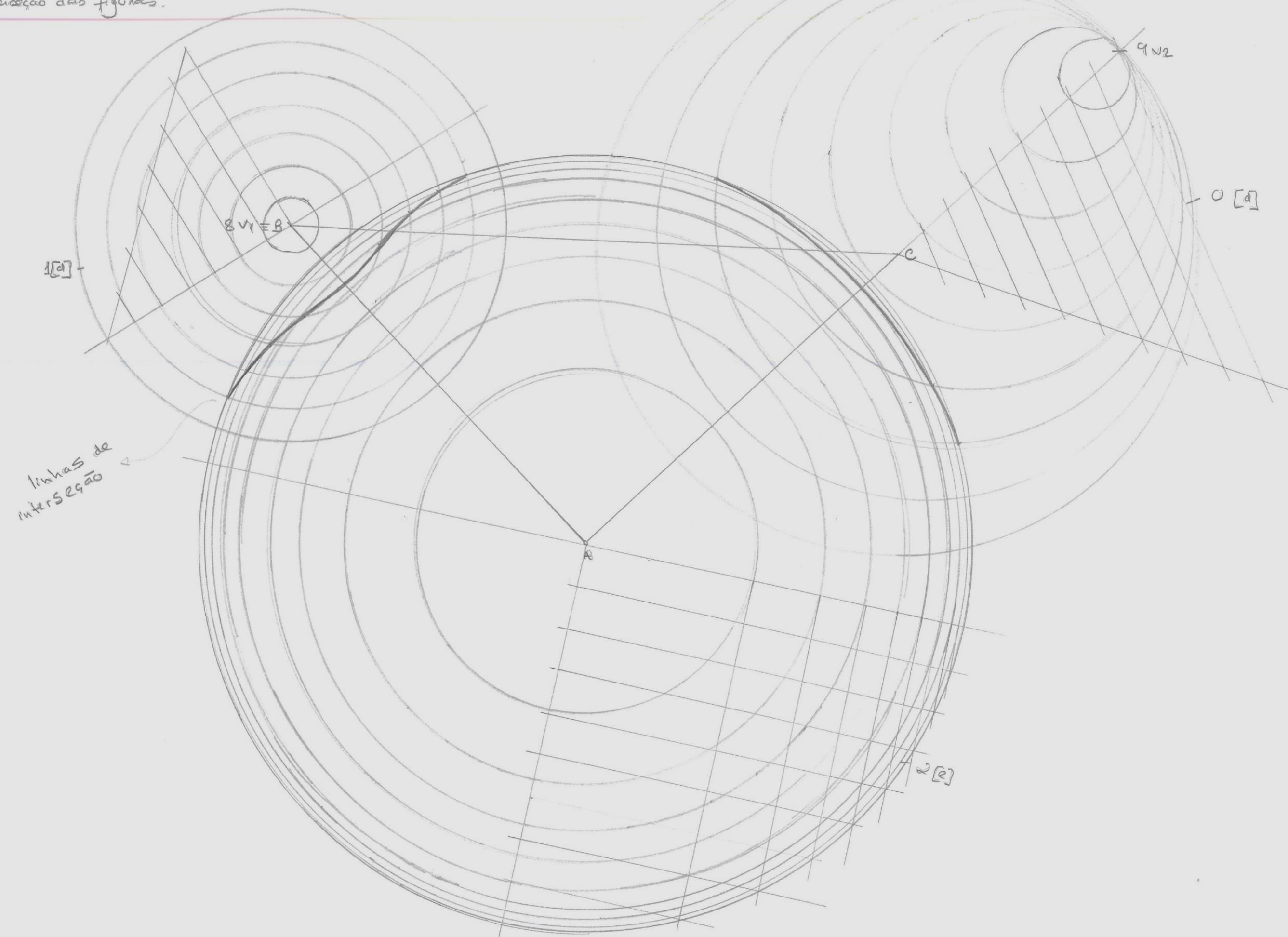
O cone B é reto e tem 7 de altura e o cone C tem o seu vértice projetado no equador no prolongamento do lado AC

O equador da calote tem cota 2, a diretriz do cone B tem cota 1 e a diretriz do cone C tem cota 0 e a altura do cone é 9

Determine as linhas de interseção das figuras.

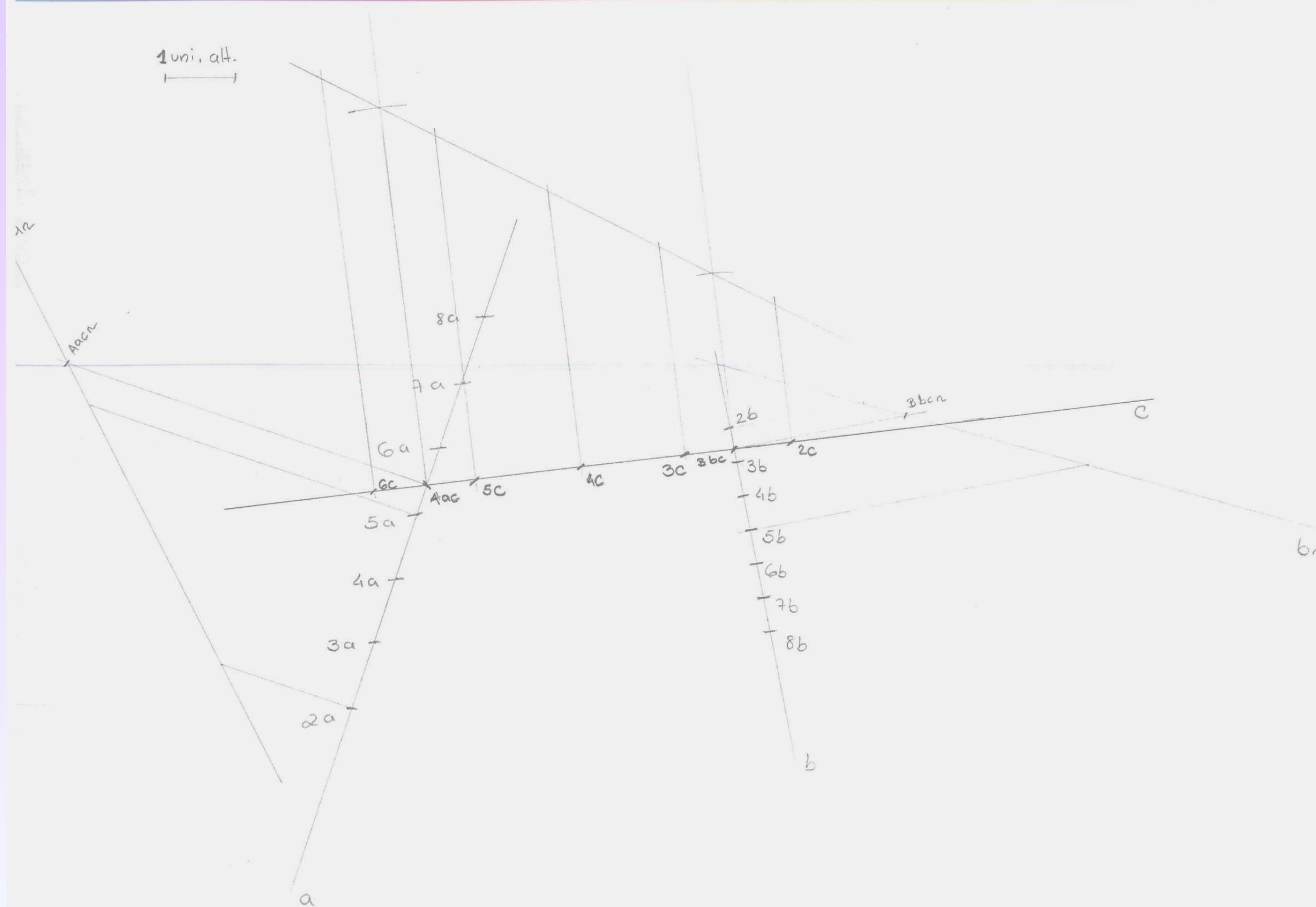


1 unidade Altimétrica



- Raios
- A - Raio 9
  - B - Raio 5
  - C - Raio 7

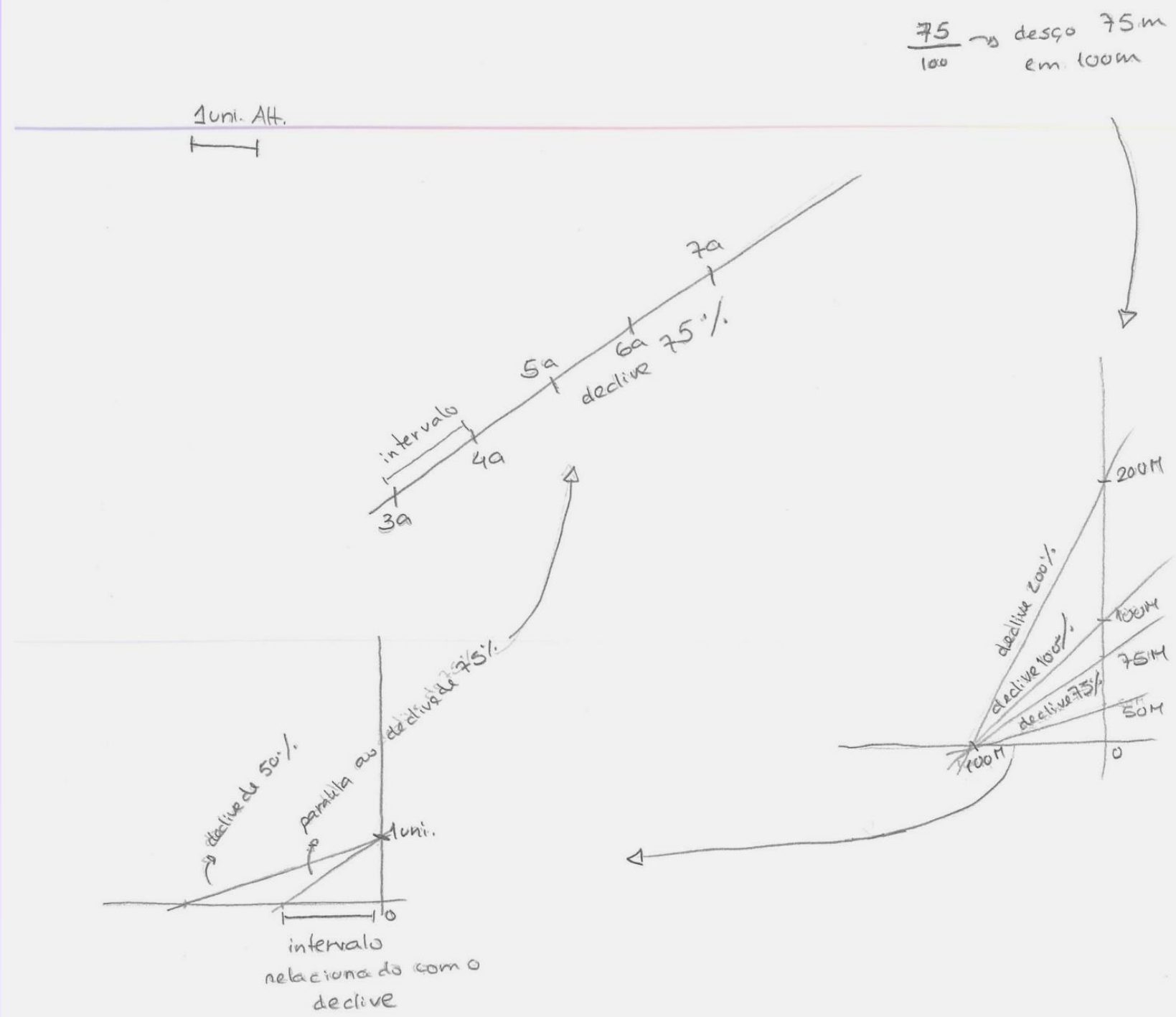
## Graduação de uma reta definida por 2 pontos de cota não inteira



### Passos

1. Rebater as duas retas que são dadas usando a unidade altimétrica para a descobrir a cota dos dois pontos sem cota inteira
2. Pegar na medida da cota dos dois pontos e transportar para uma reta perpendicular à reta onde pertencem ambos os pontos para assim poderemos rebater essa reta
3. Unir esses pontos que obtivemos nas perpendiculares e assim obtemos a reta rebatida
4. Nessa reta rebata encontrar dois pontos com cota inteira de acordo com a unidade altimétrica
5. Continuamos a encontrar os pontos através da unidade altimétrica ou pegamos no intervalo entre dois pontos consecutivos assim obtendo o intervalo dos pontos em toda a reta

Declive através de percentagem



$$\frac{100}{100} = 1$$

$$\frac{75}{100} = 0,75$$

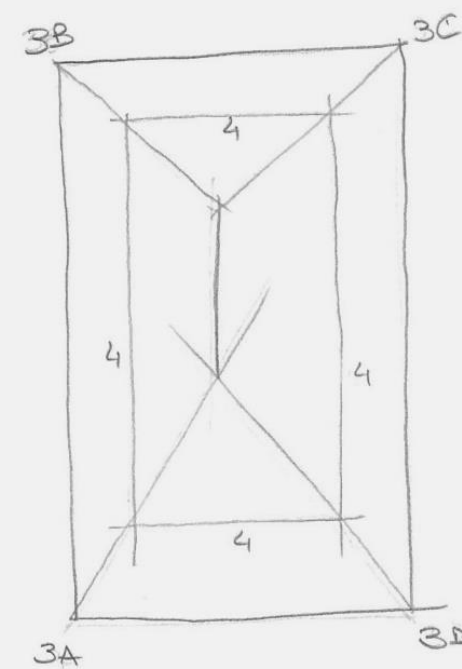
} declives unitários

$$\text{declive } 0,63 = 63\% = \frac{63}{100}$$

Coberturas

1 uni. Alt. = 1m à escala

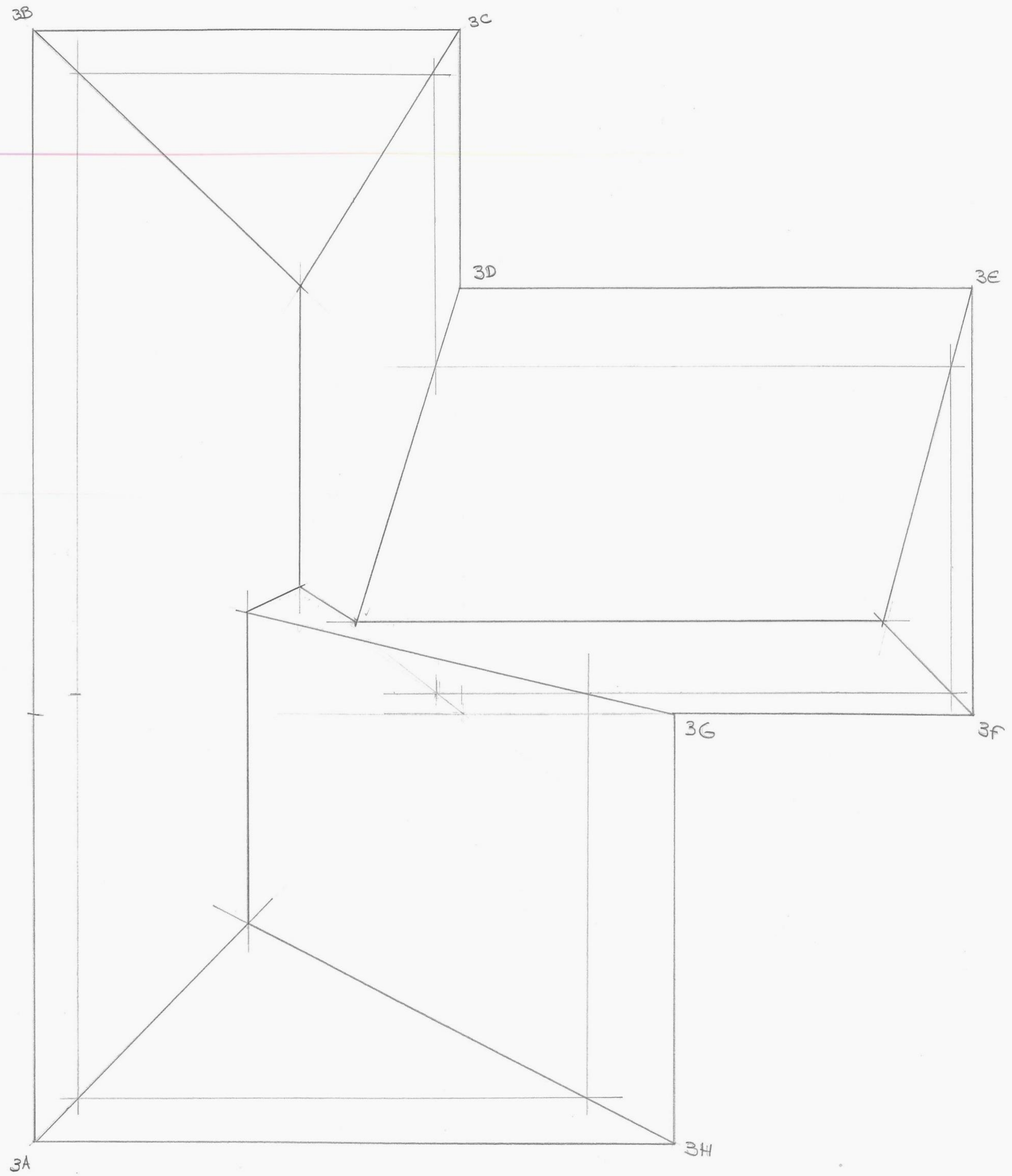
declives	intervalos
AB - 100%	—  —
BC - 45%	—  —
CD - 30%	—  —
DA - 0,5	—  —



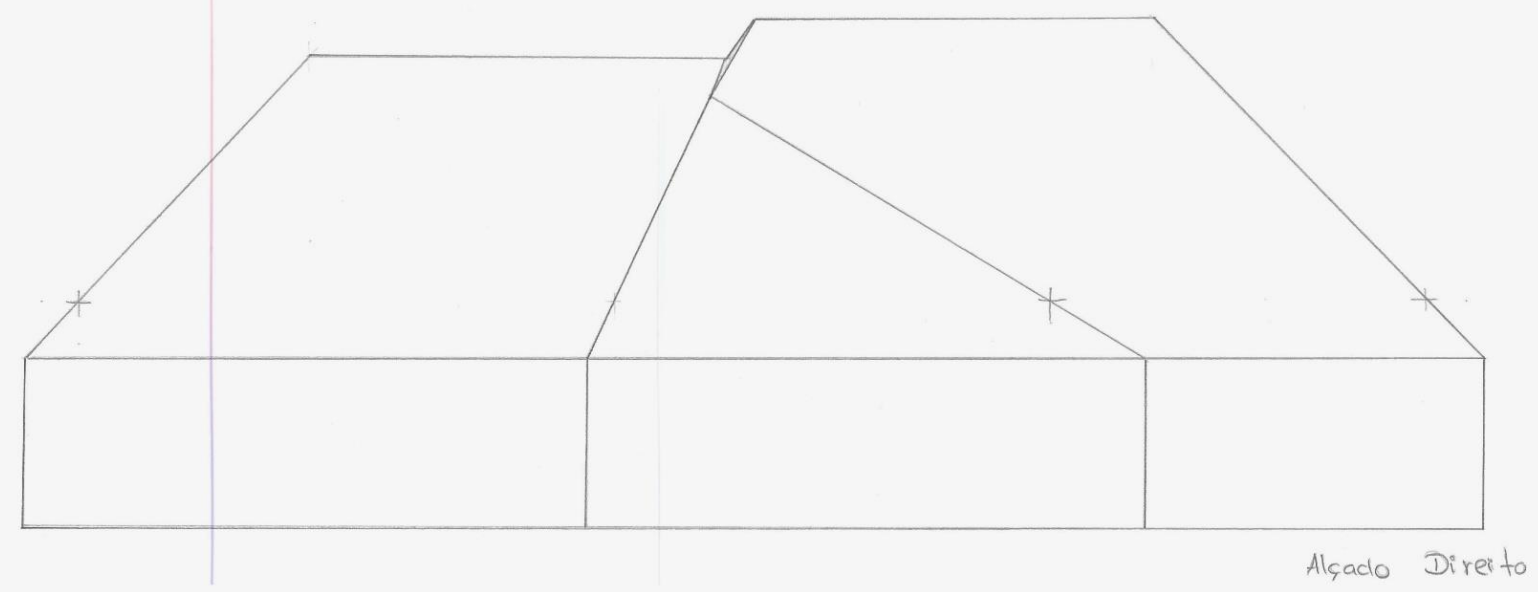
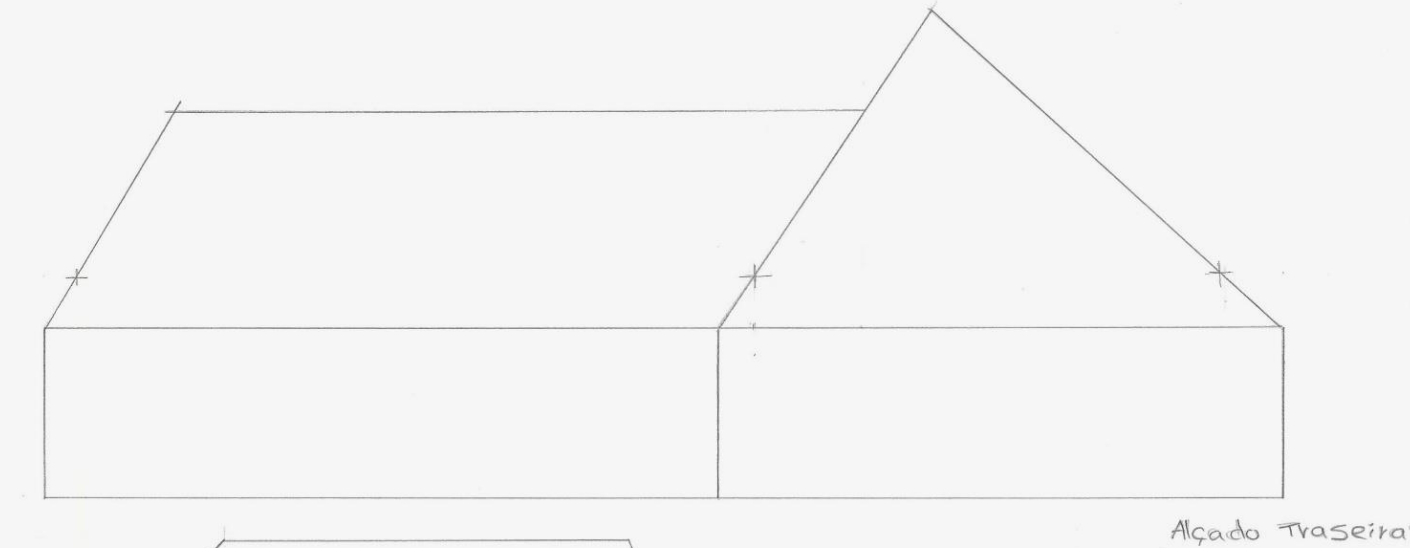
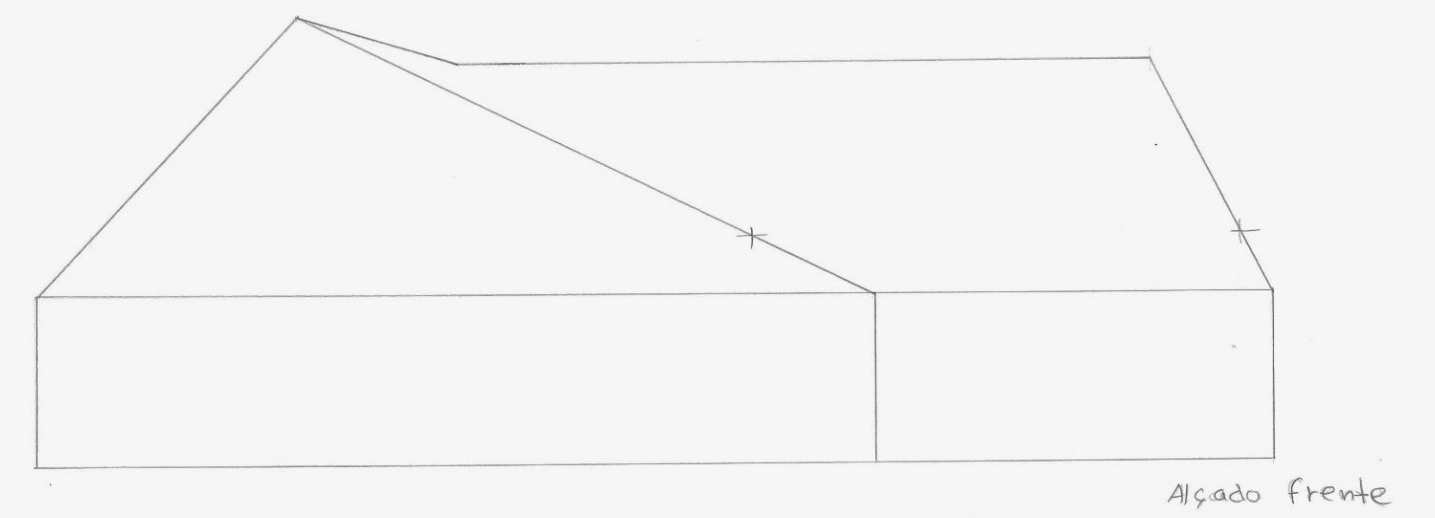
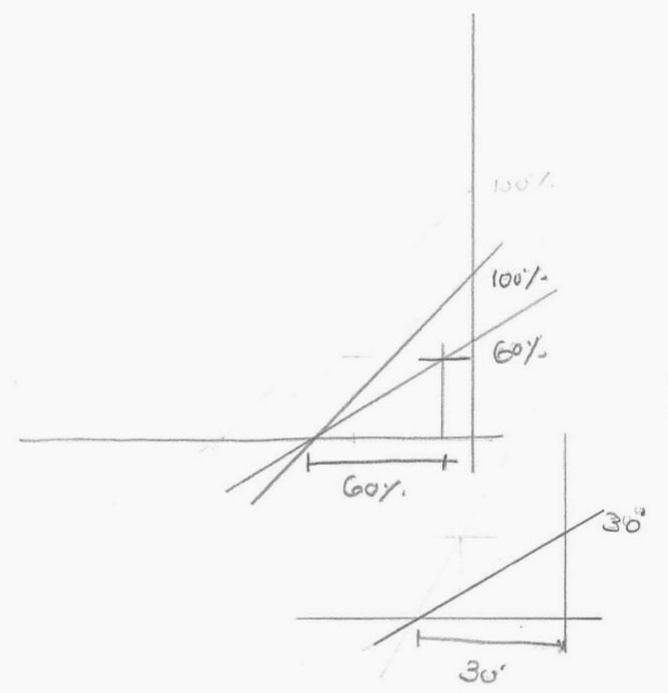
Pegar nos intervalos e marcar as retas de cota 4

Coberturas

1cm Alt.



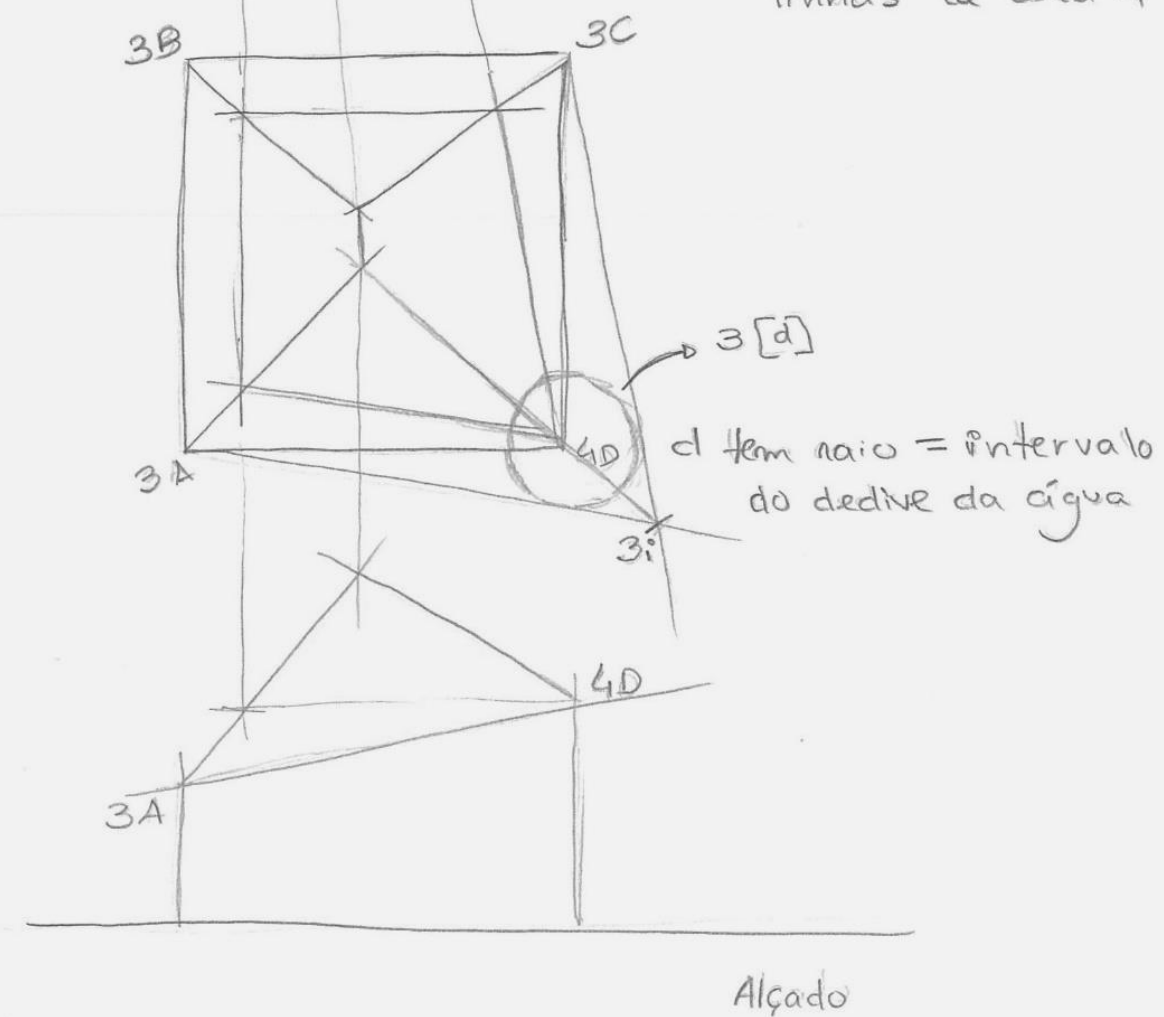
declives	intervalos
AB - 1	
BC - 100%	
CD - 60°	0,6
DE - 30°	1,8
EF - 2	
FG - 200%	
GH - 50%	
HA - 45°	



# Coberturas com cotas diferentes

1 uni Alt. = 1m  
 ┆  
 ┆  
 $\overline{AB} = \overline{BC} = 100\%$

- Usar um cone para ajudar a determinar a cobertura
- Passar tangentes ao cone
- Passar paralelas de 4D até interseção com as outras linhas de cota 4

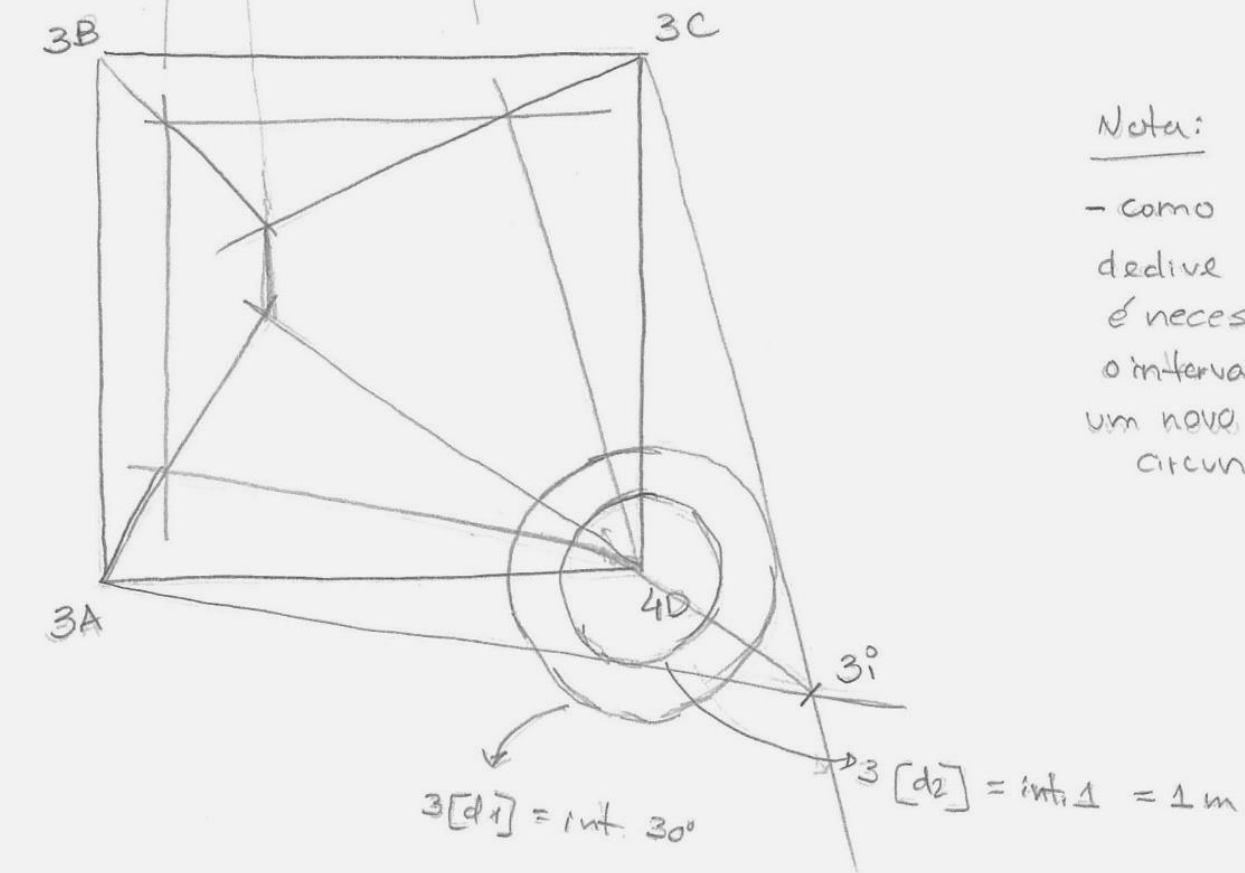


1 uni Alt. = 1m  
 ┆  
 ┆

Declive  
 AB — 100%  
 BC — 100%  
 CD — 30°  
 DA — 100%

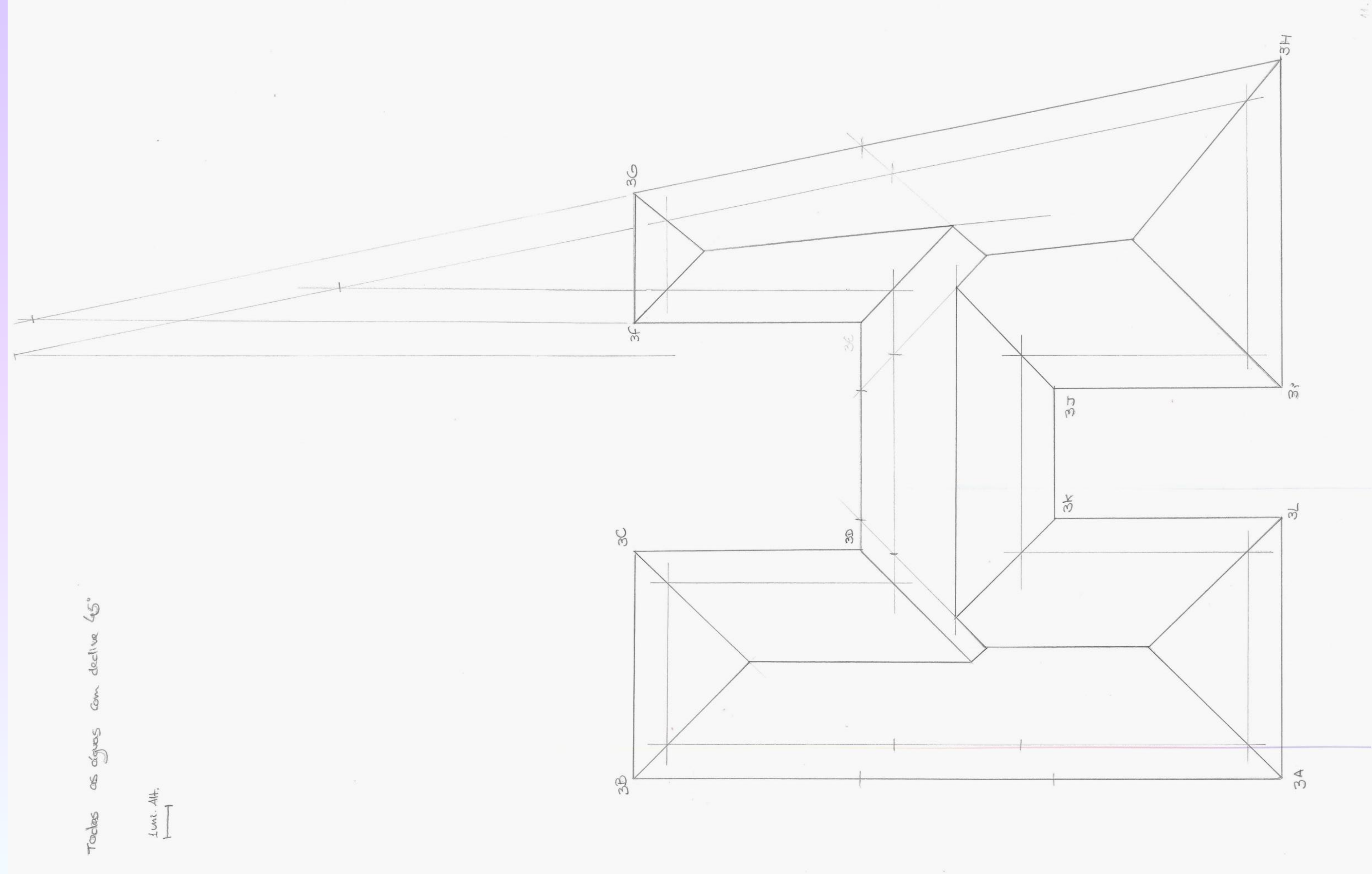
intervalo

Nota:  
 - como CD não tem declive de 1 unidade é necessário descobrir o intervalo para fazer um novo arco de circunferência



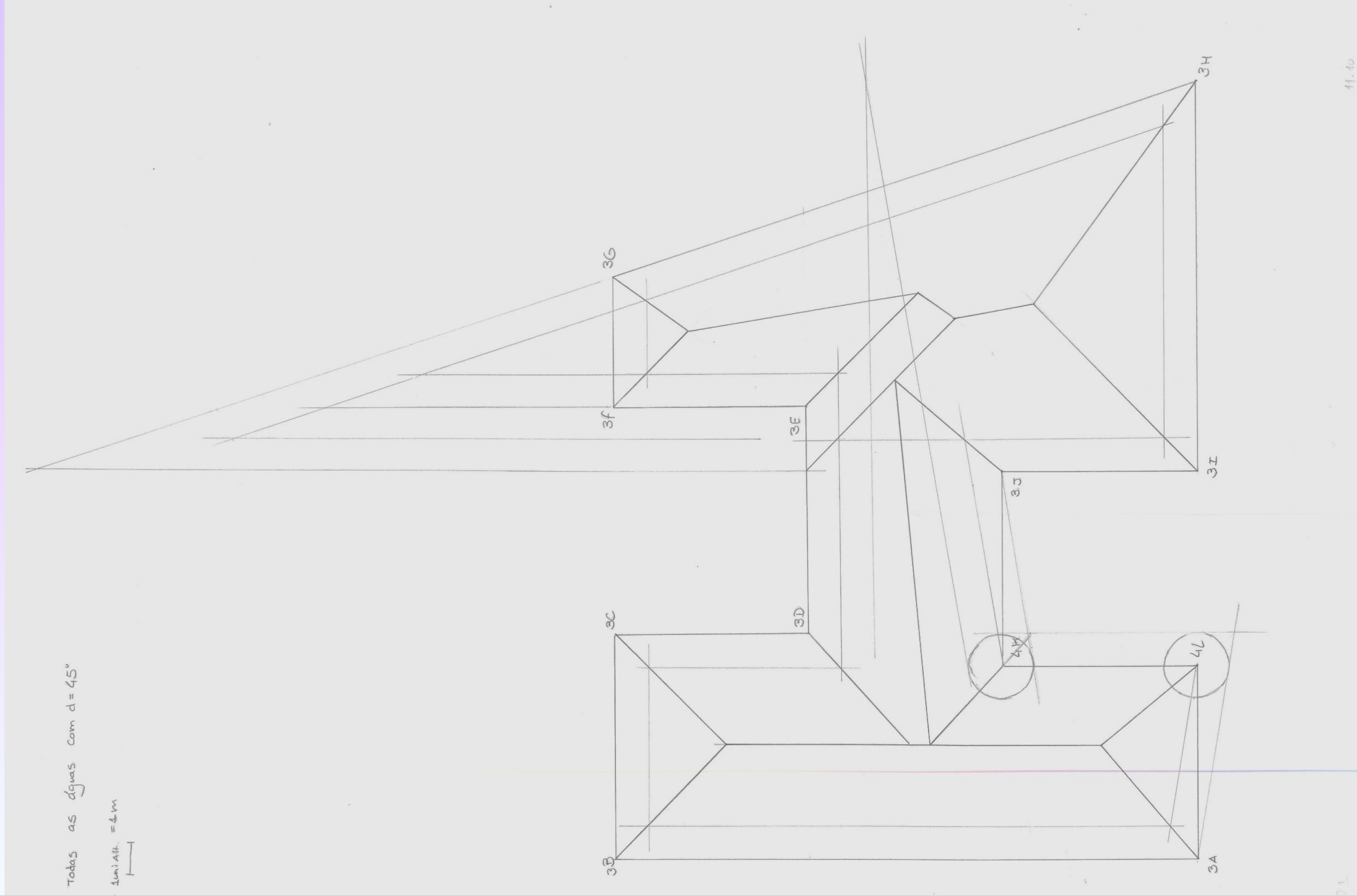
11.10

# Aula 9 - Coberturas



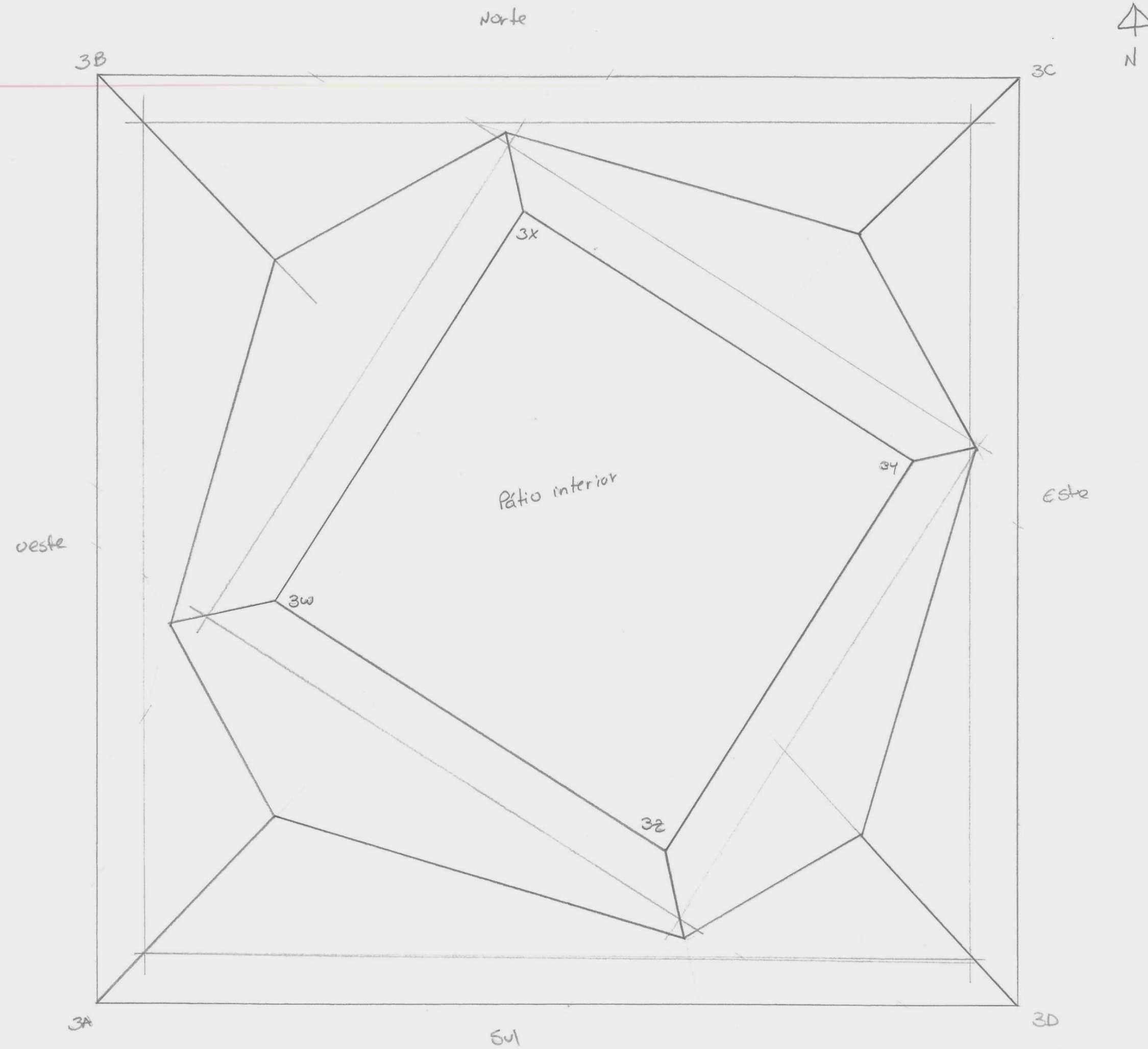
11.10

# Aula 9 - Coberturas



1 uni. Alt. = 1 m  
esc. 1/100  
declives techos = 100%

patio abierto

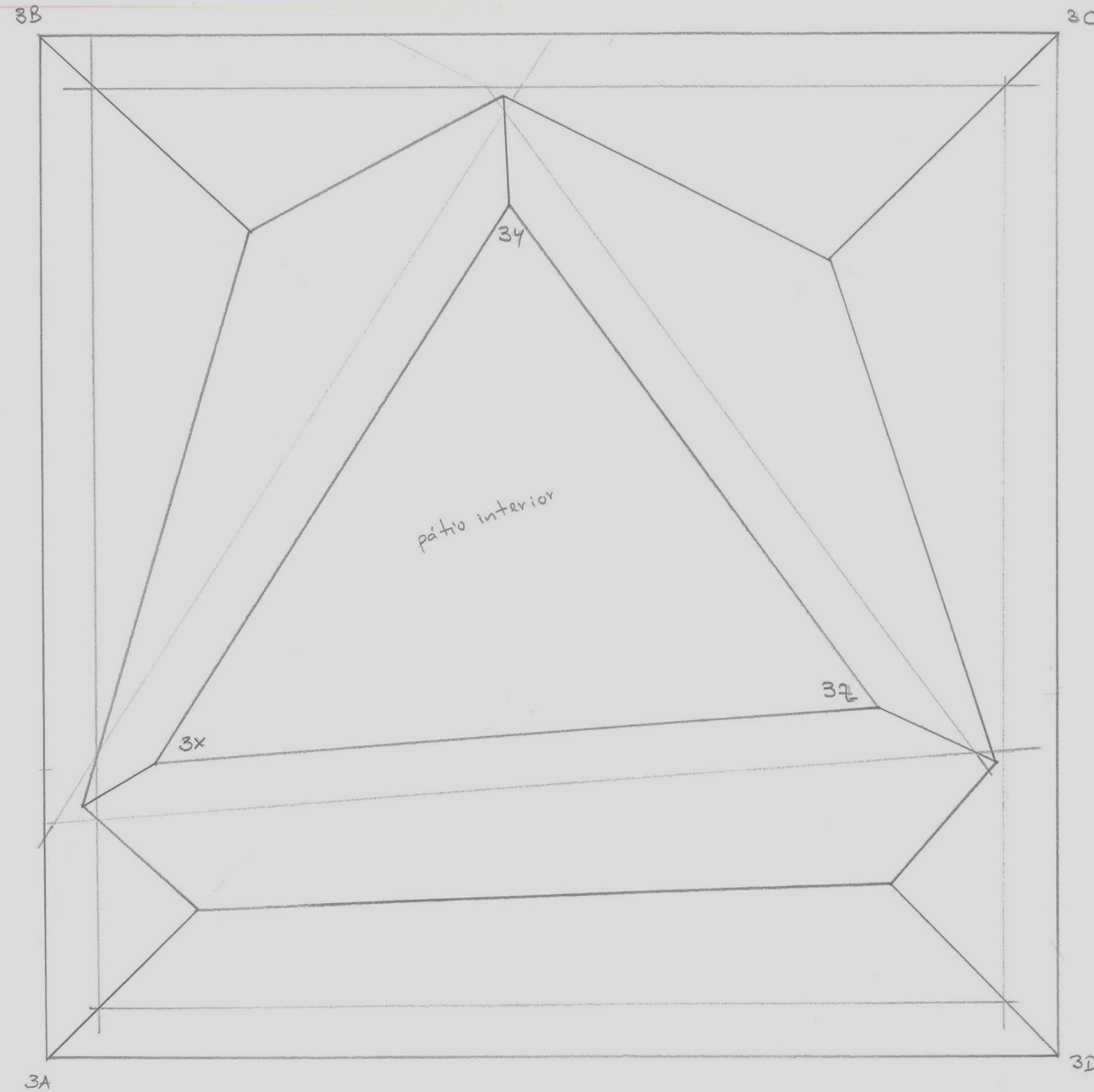


16.10

Aula 10 - Coberturas



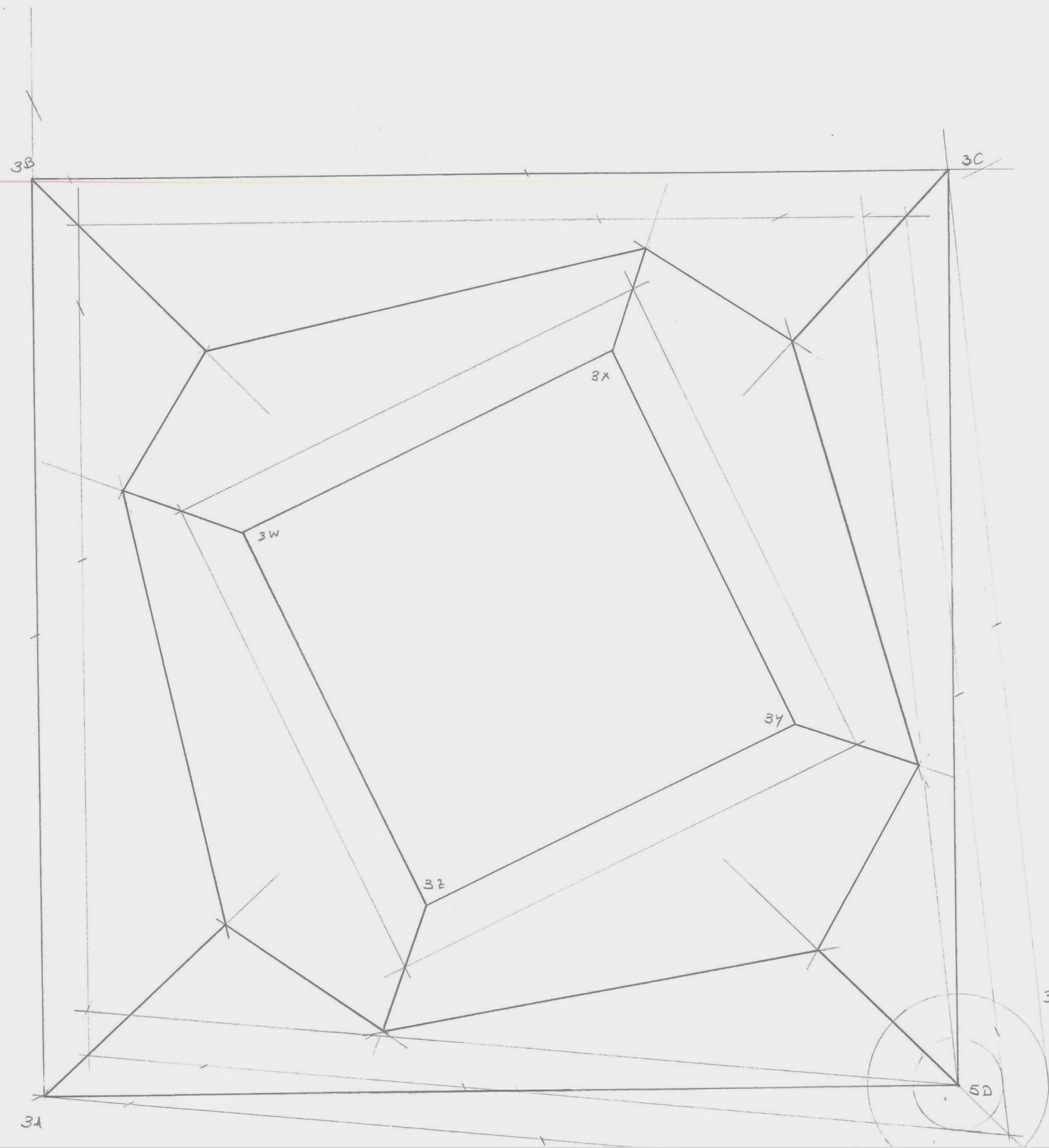
1 unit Alt = 1 m  
Escala 1/100  
acclives todos = 100%  
pátio aberto



16.10

Aula 10 - Coberturas

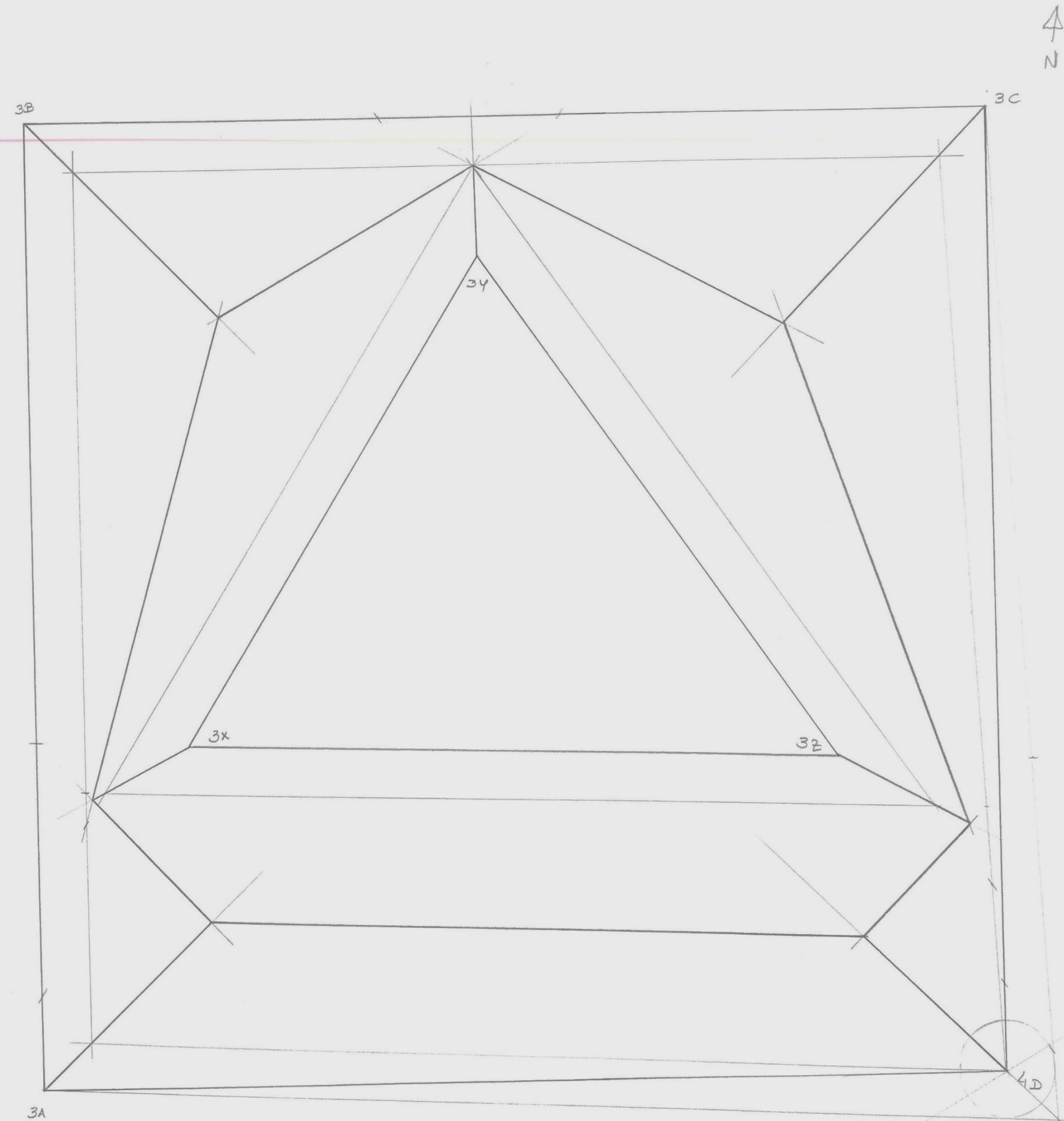
1 uni Alt = 1m  
escala 1/100  
declives todos = 100%



16.10

Aula 10 - Coberturas

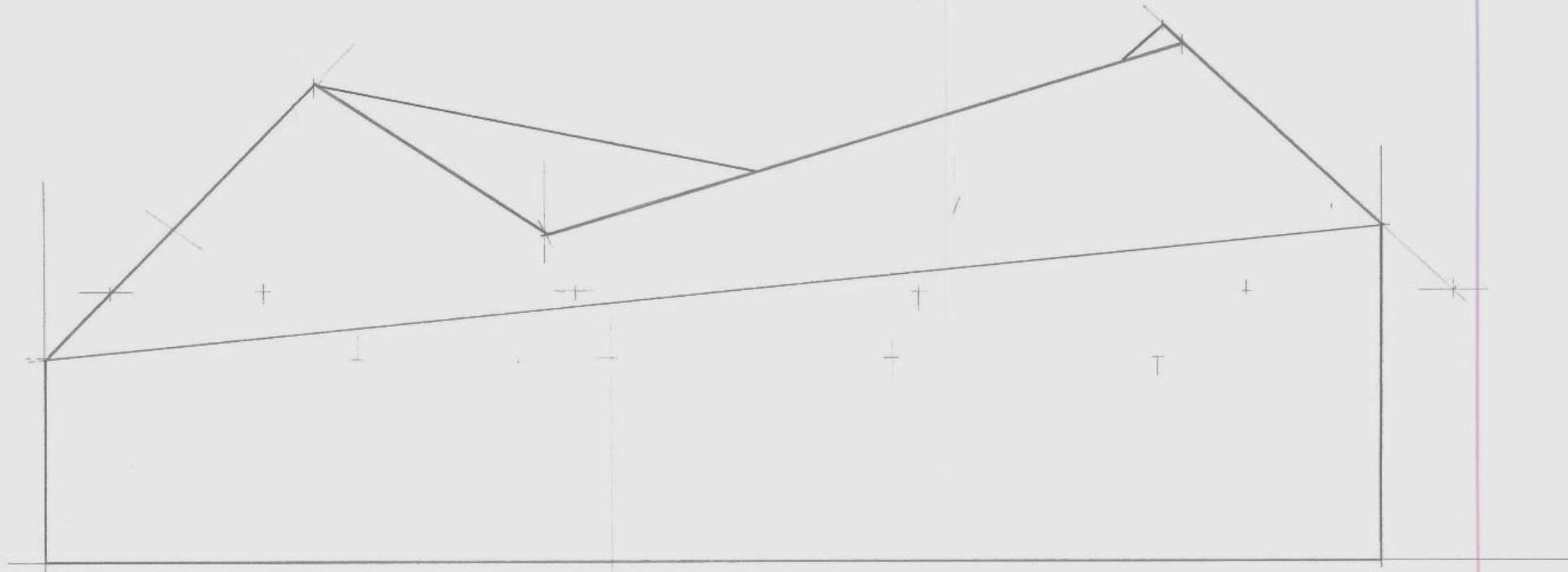
1 uni Alt. = 1 m  
escala 1/100  
declives todos = 100%



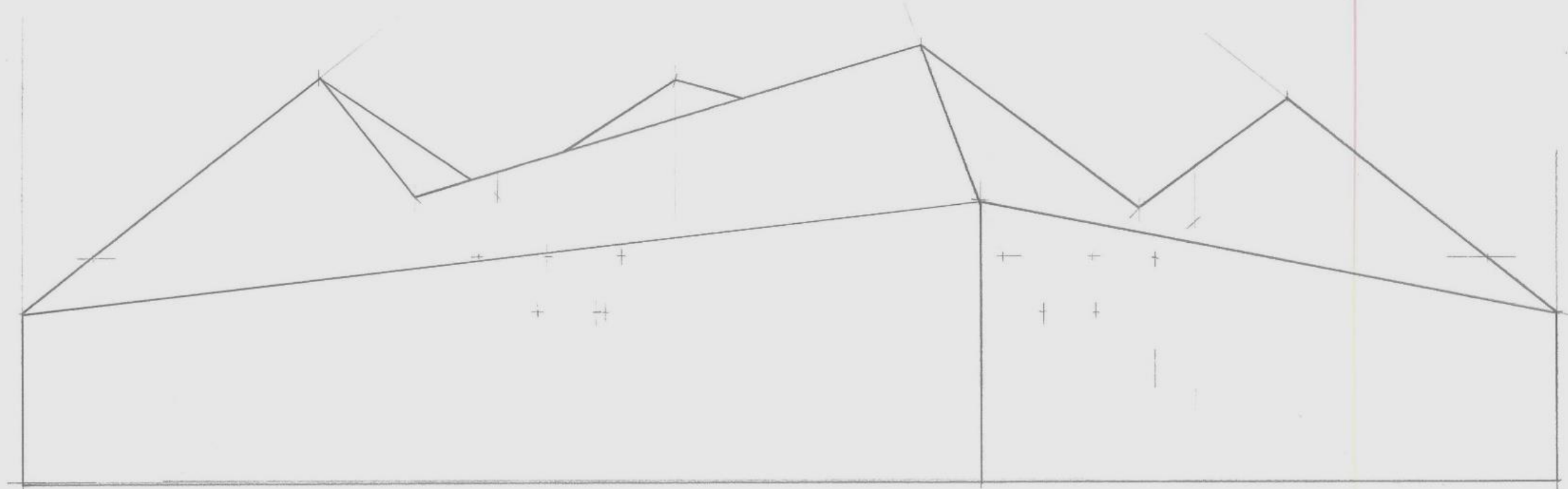
16.10

Aula 10 - Coberturas

Alçados planta com pátio quadrado



Alçado Sul

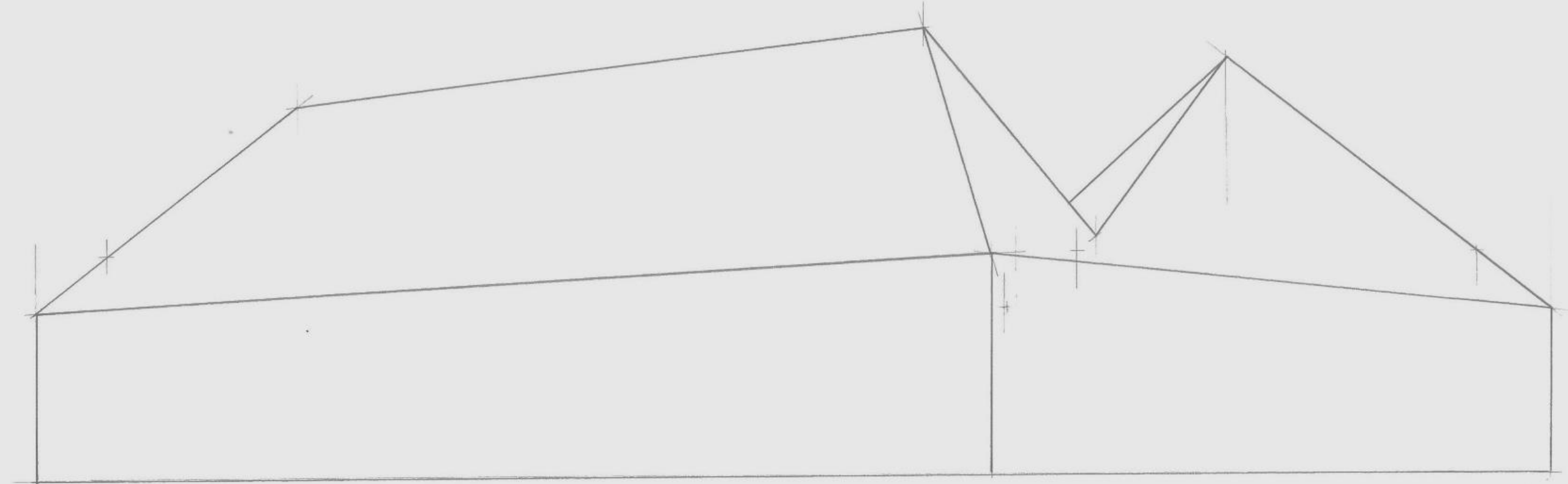


Alçado Sudeste  
30°/60°

Alçados planta com pátio triangular



Alçado Sul



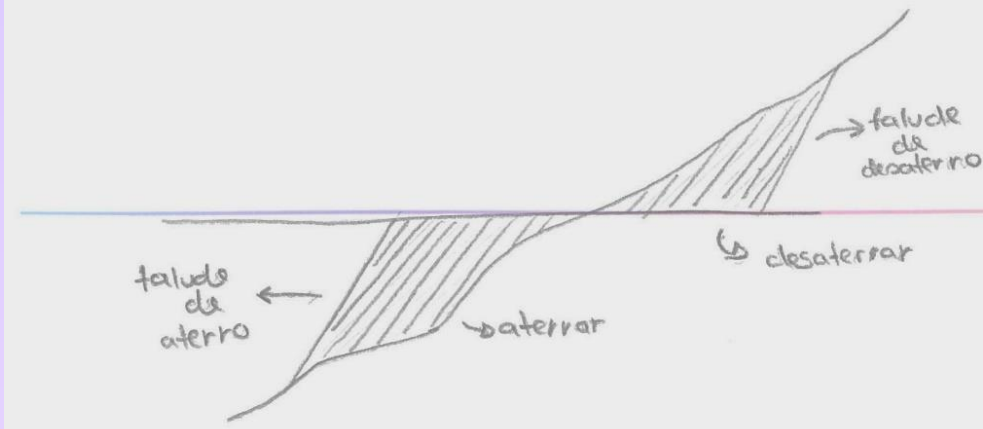
Alçado Sudeste  
30°/60°

26

16.10

Aula 10 - Coberturas

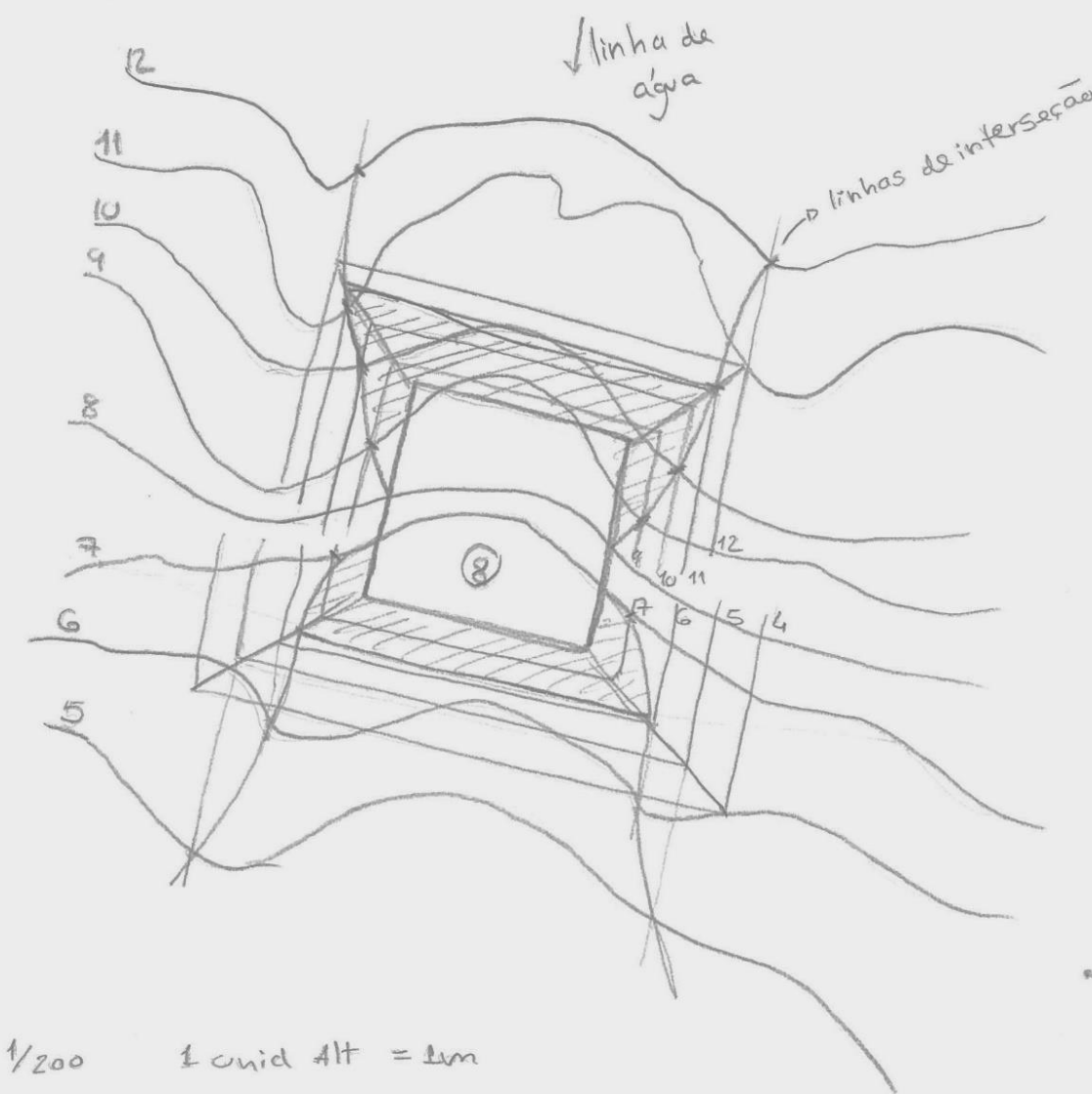
Superfícies topográficas



Modelação de terrenos

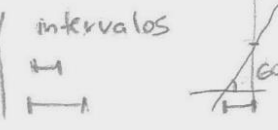
- planos de nível - patamares
- planos oblíquos - taludes
- planos verticais - Muros de suporte

linhas de água → talvegues  
linhas de cumeeada → festos



1 uni. Alt. = 1m

declives de  
desaterro - 60°  
aterro - 45°



declive maior no desaterro do que no aterro por causa das terras

\* o talude fecha quando a linha de interseção intersesta com a aresta

Planta

ex. 1/100 ou 1/500 ou 1/200 1 uni. Alt. = 1m

esc. 1/2000 ou 1/1000 1 uni. Alt. = 5m

esc. 1/100 ou 1/200 1 uni. Alt. = 1m ou 0,5m

Escala 1/100

1 uni Alt. = 1m

1 - identifique uma linha de festa e um talvegue do terreno representado na planta topográfica.

2 - determine os taludes do aterro e do aterro da implantação da plataforma pentagonal, segundo os seguintes passos:

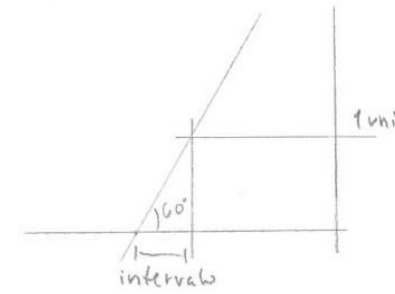
a) indique a cota de implantação da plataforma

b) indique os pontos de separação de AT e DES na plataforma

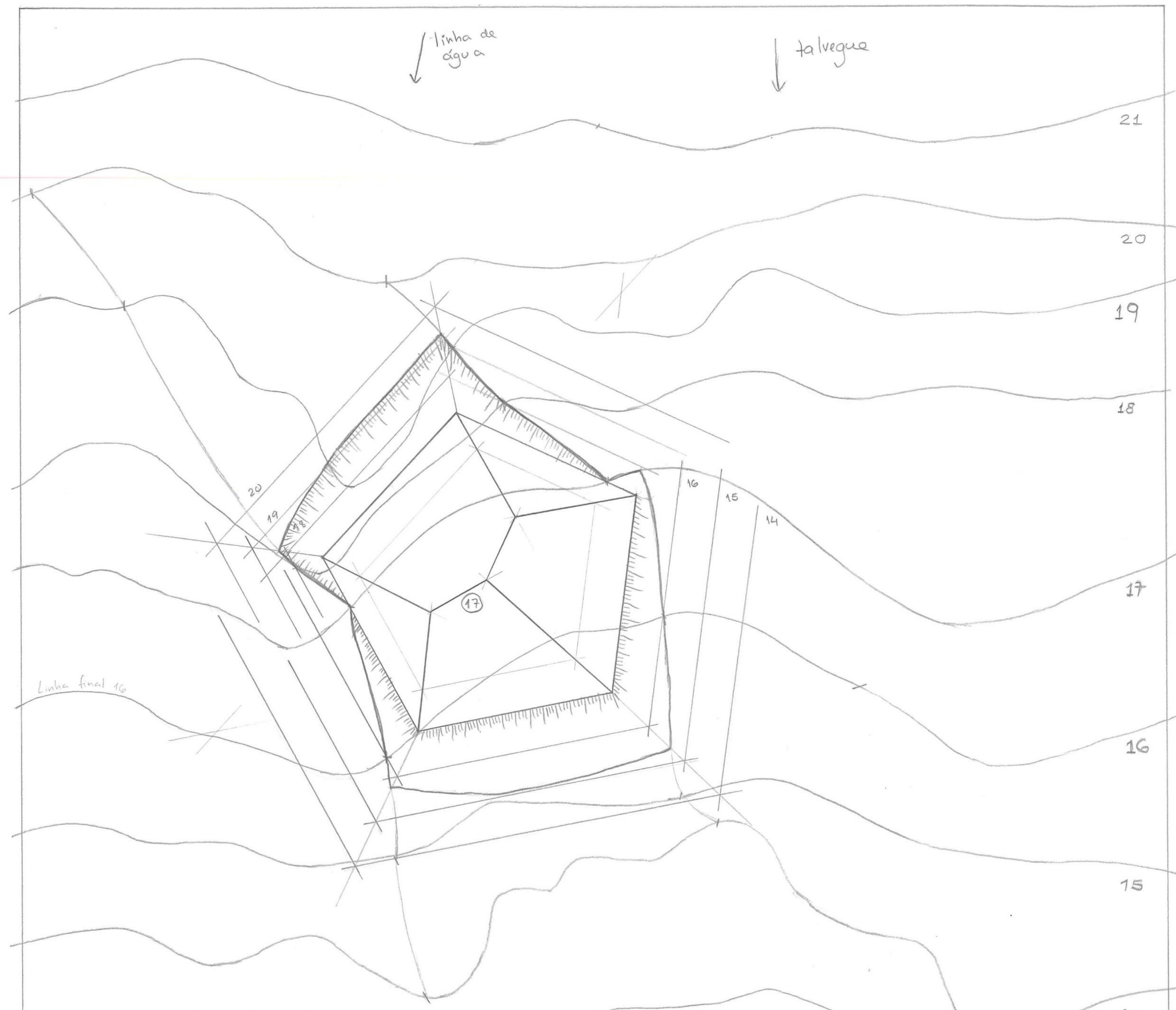
c) determine os taludes de modelação de terreno, sabendo que os declives são  
AT - 100%    DES - 150%

d) indique a linha de nível final, para a cota imediatamente anterior à cota da plataforma

3 - usando declives de 45° e 60° alternadamente aplicados ao perímetro pentagonal, determine a cobertura da plataforma



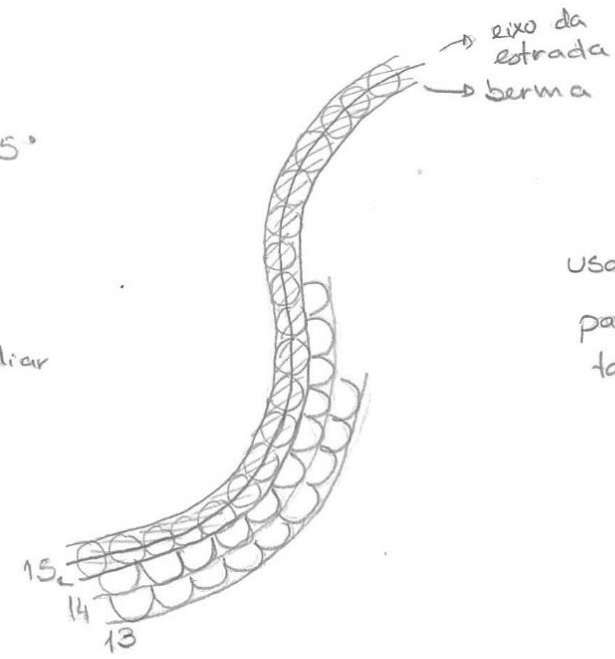
b) são os pontos onde a plataforma intersecta a linha da mesma cota



# Taludes Curvos

1 uni Alt.  
declives 45°

cone auxiliar

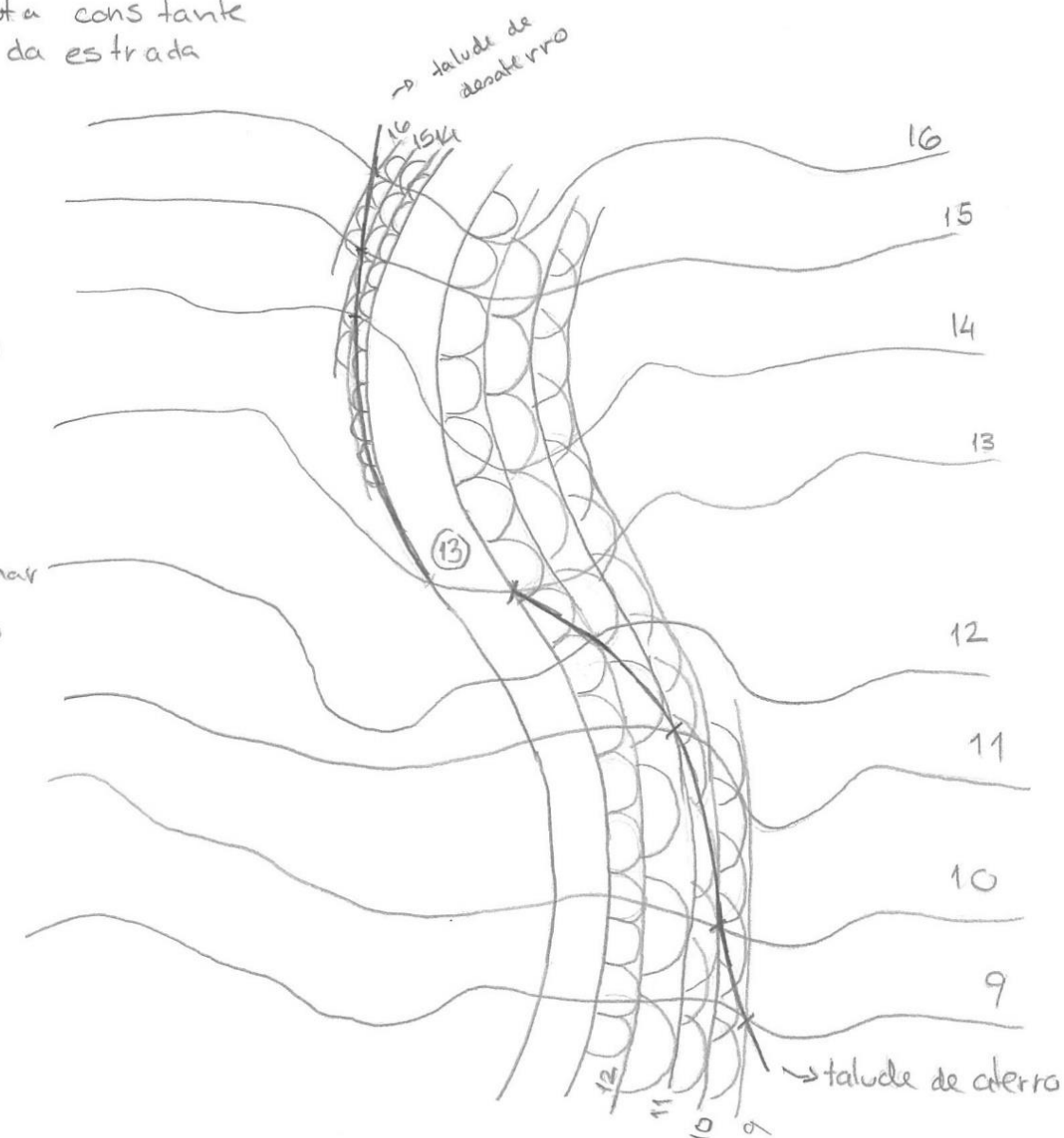


usar circunferências para fazer as tangentes curvas

cota constante da estrada

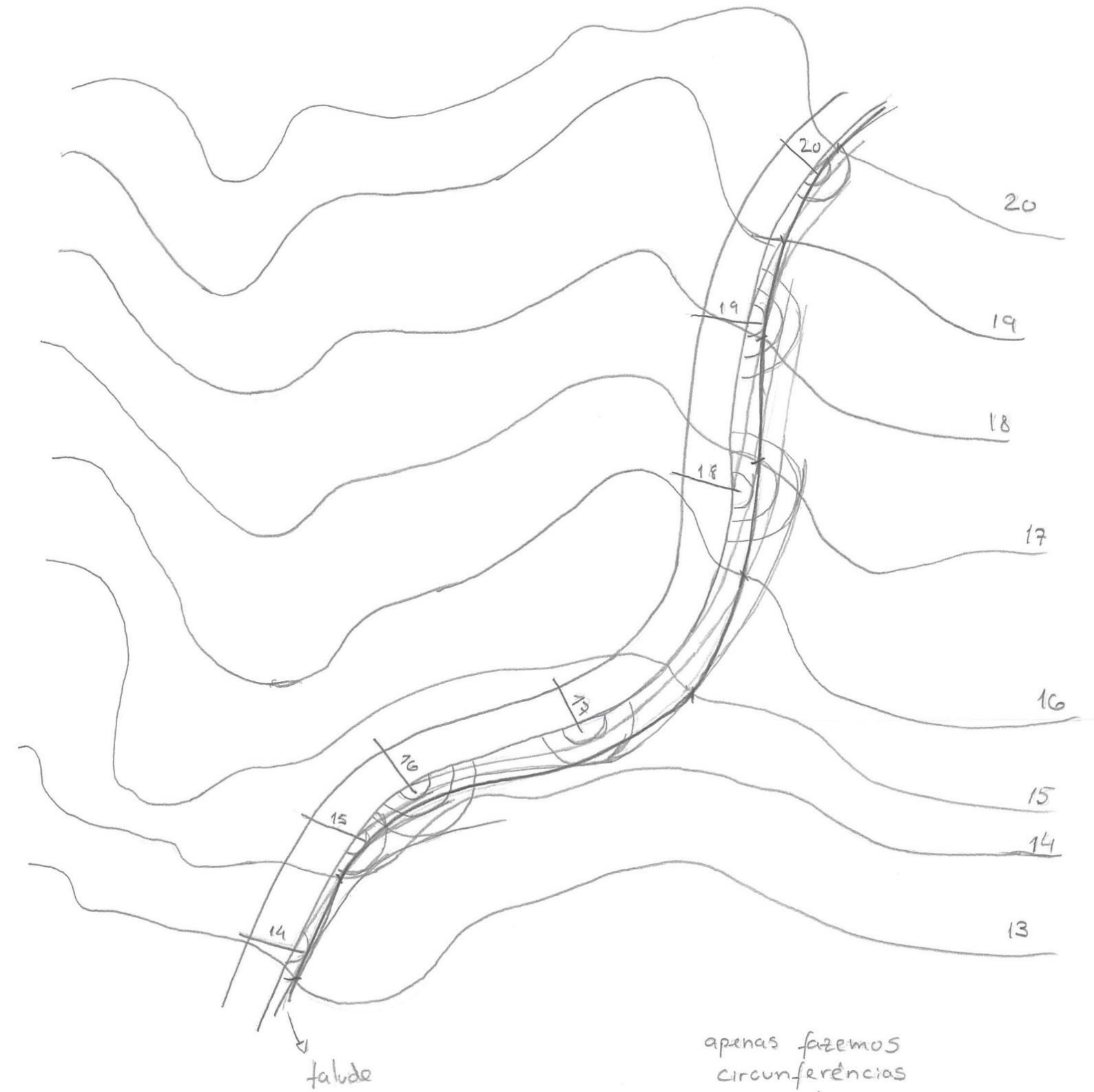
1 uni Alt.  
declive 45° aterro  
declive desaterro metade 200%

temos de determinar os taludes dos dois lados da estrada



diferentes cotas na estrada

1 uni Alt.  
declive 45°

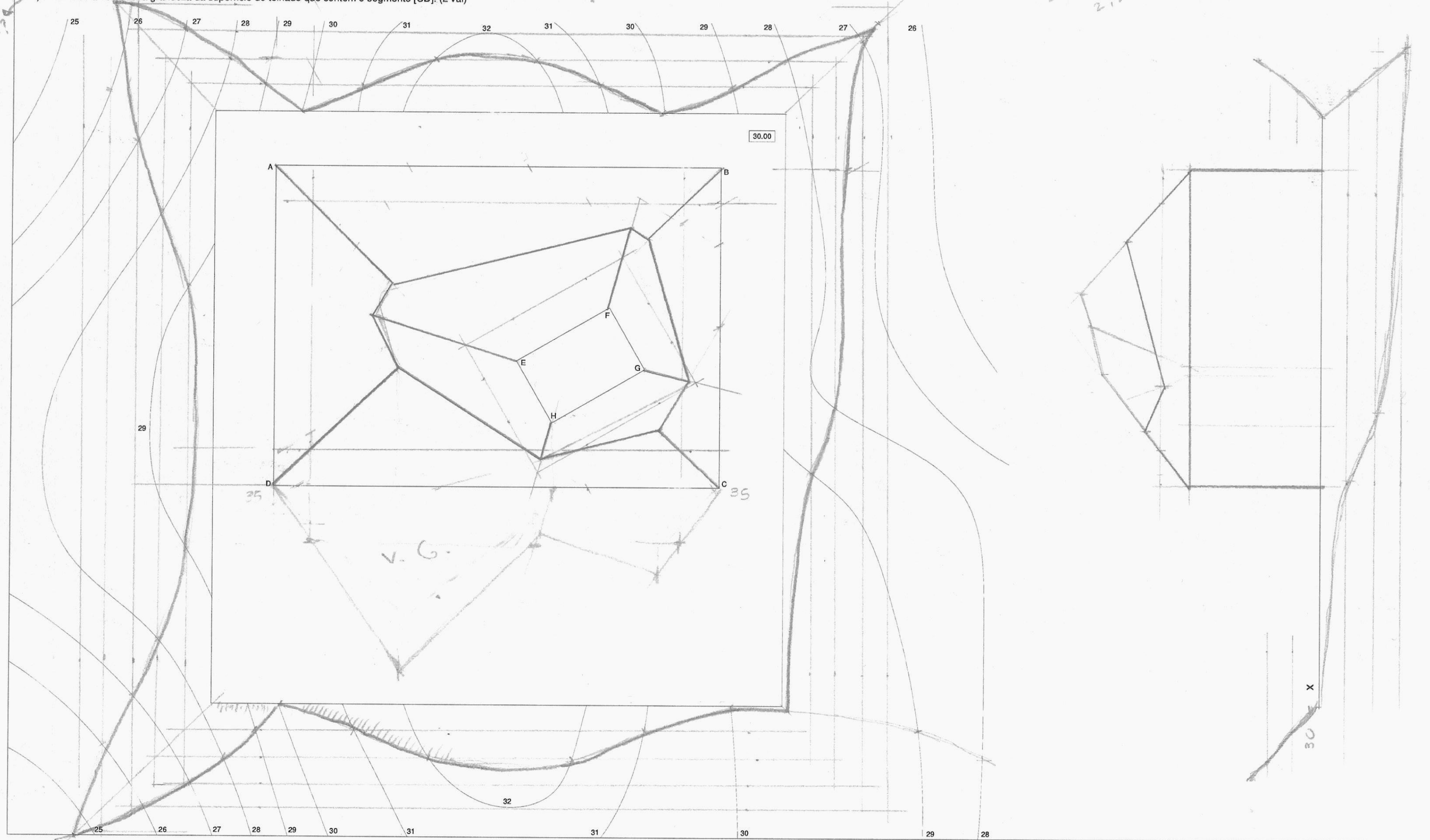


apenas fazemos circunferências nos pontos onde muda a cota, onde a cota é inteira

EXERCÍCIO

Os polígonos dados [ABCD] e [FGHI], na escala 1/200, correspondem ao limite de uma construção com um pátio (pequeno rectângulo interior). Todos os vértices dos polígonos têm cota 35m.

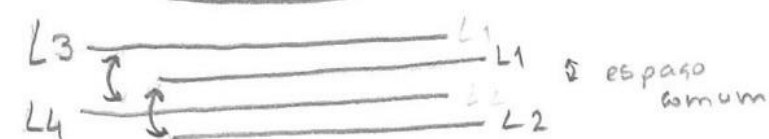
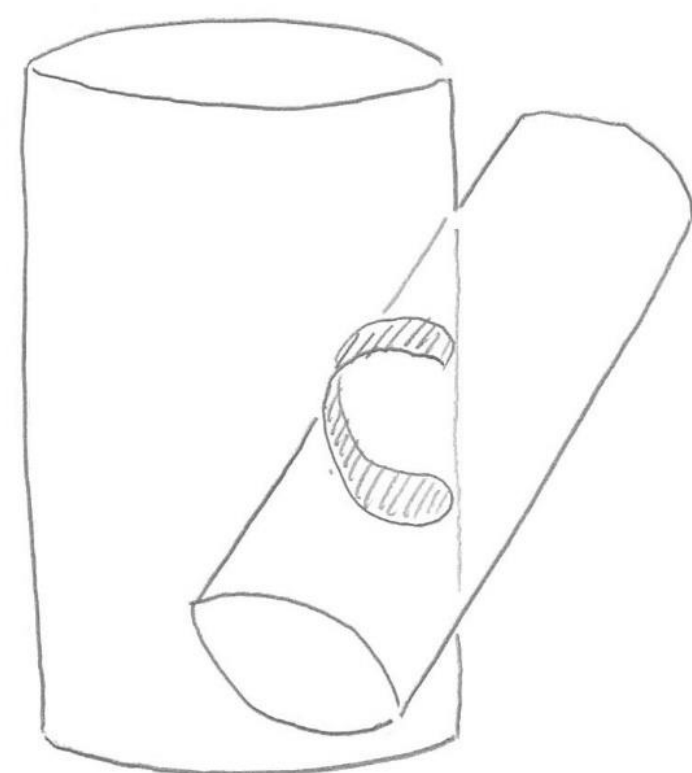
- A cobertura da construção tem uma pendente constante de 80%. *todas águas a 150%*
- a) Qual o intervalo correspondente à pendente dada (apresente os cálculos numéricos ou gráficos)? (1 val) *Acho 4 era metade?*
  - b) Resolva a planta da cobertura não esquecendo de destacar as linhas de nível do objecto final. (6 val)
  - c) Resolva os taludes de escavação e aterro da plataforma dada à cota 30m considerando a pendente de 100%, não esquecendo de destacar as linhas de nível finais. (6 val)
  - d) Desenhe o alçado indicado, incluindo edifício, telhado e taludes, considerando o eixo *x* como referência para a cota 30m. Em relação aos taludes, considere apenas os que são visíveis. (5 val)
  - e) Determine a verdadeira grandeza da superfície do telhado que contém o segmento [CD]. (2 val)





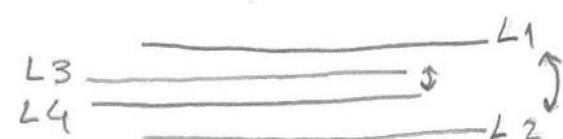
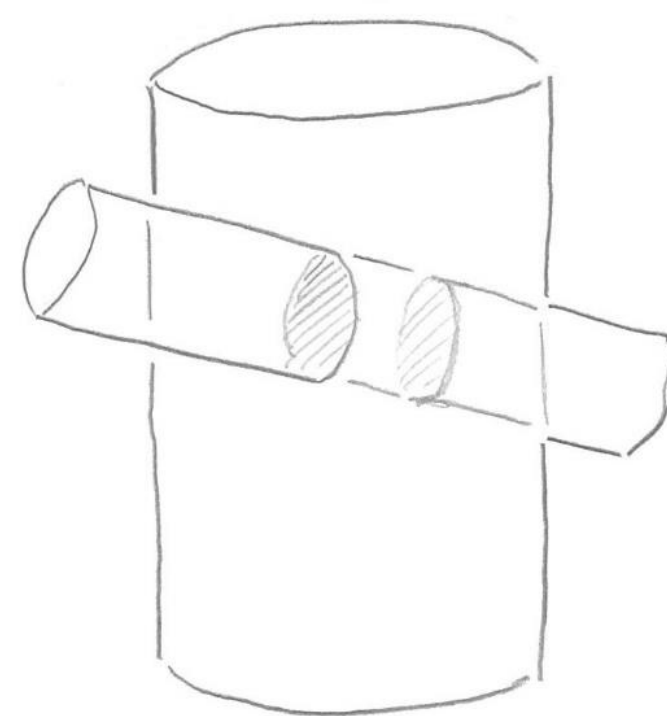
# interseções de sólidos

$L_1 - L_2 =$  Limites de 1 figura  
 $L_3 - L_4 =$  Limites de outra figura



interseção por  
 arrancamento

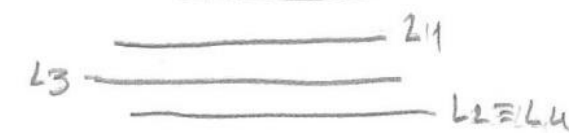
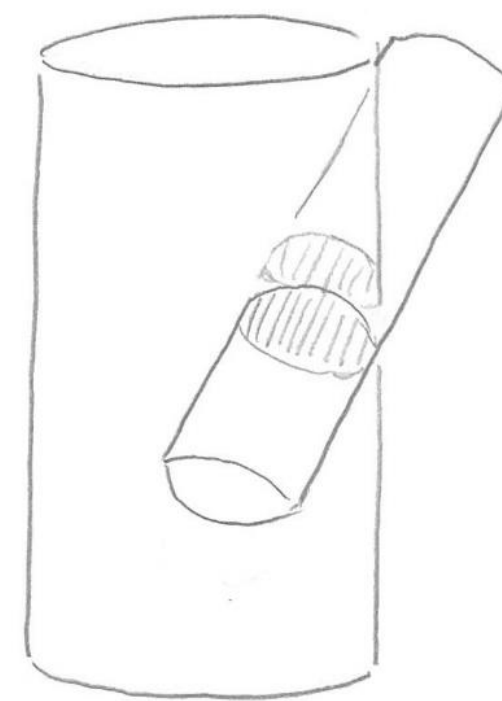
1 linha de interseção



interseção por  
 penetração

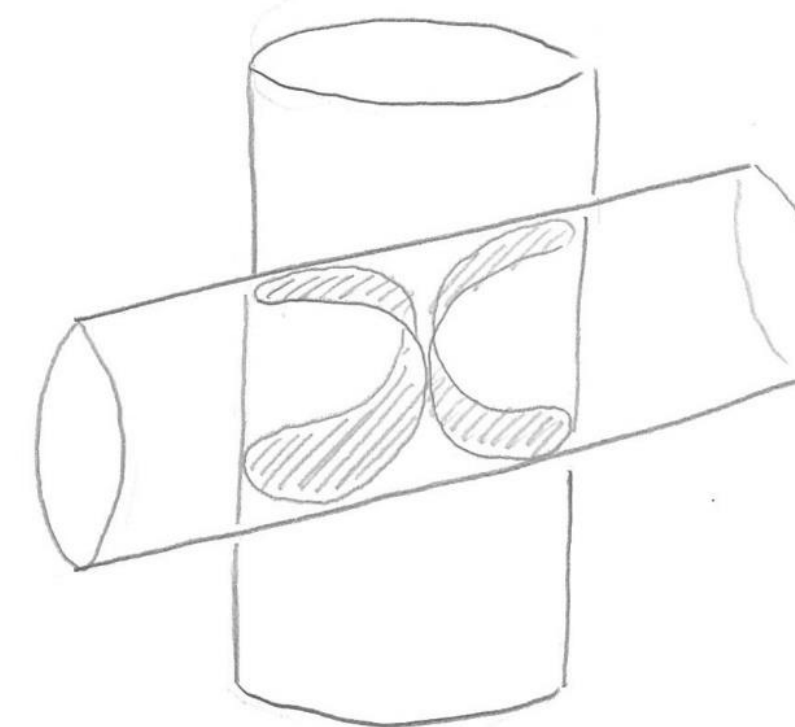
2 linhas de interseção

Quando os planos limite  
 (concordantes com a  
 superfície) de uma figura  
 ficam dentro do espaço  
 da outra



interseção por  
 beijamento

2 linhas tangentes  
 num ponto



interseção por  
 dupla penetração

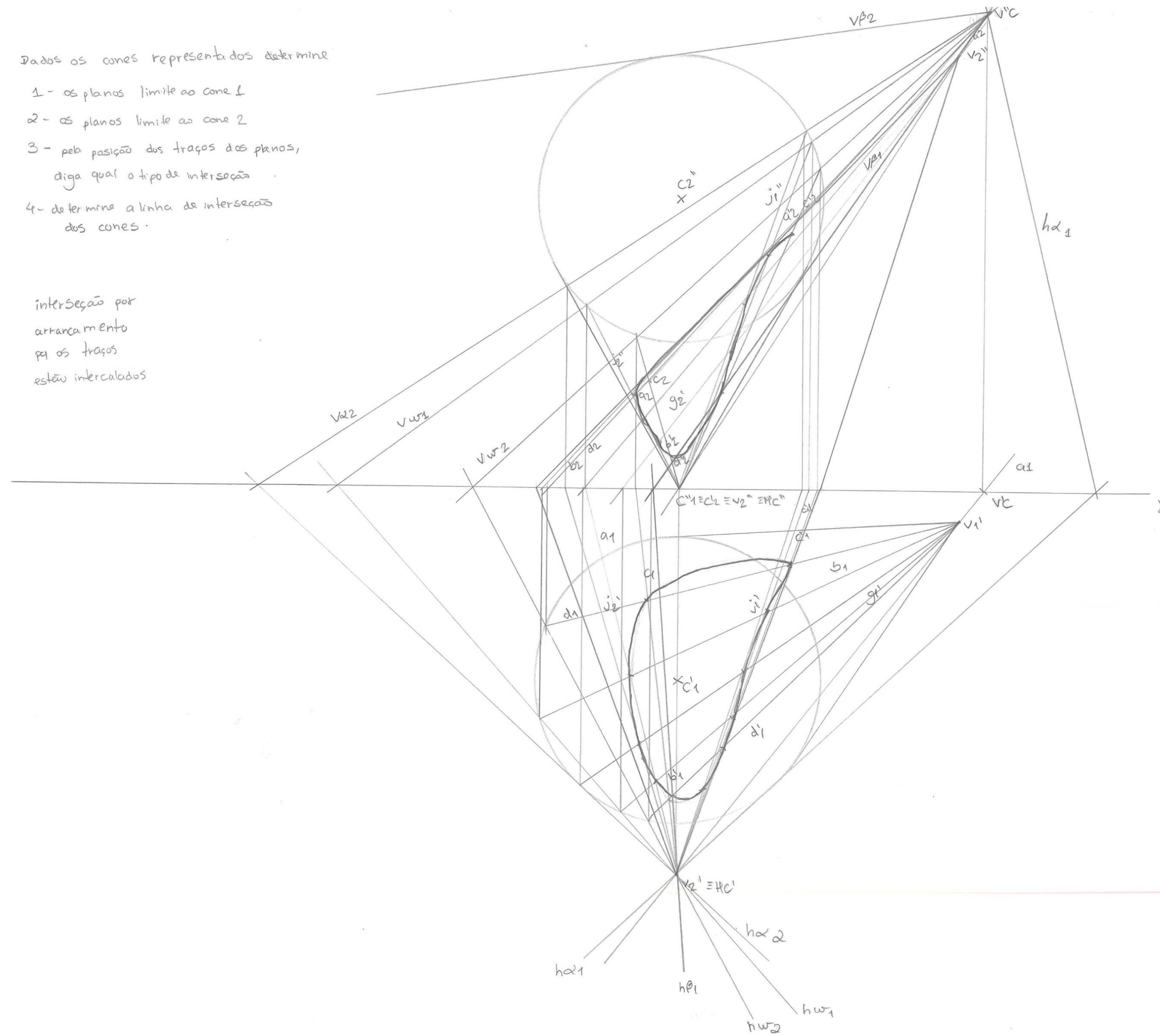
2 linhas tangentes  
 em 2 pontos



Dados os cones representados determine

- 1- os planos limite ao cone 1
- 2- os planos limite ao cone 2
- 3- pela posição dos traços dos planos, diga qual o tipo de interseção
- 4- determine a linha de interseção dos cones.

interseção por  
arrastamento  
pois os traços  
estão intercalados



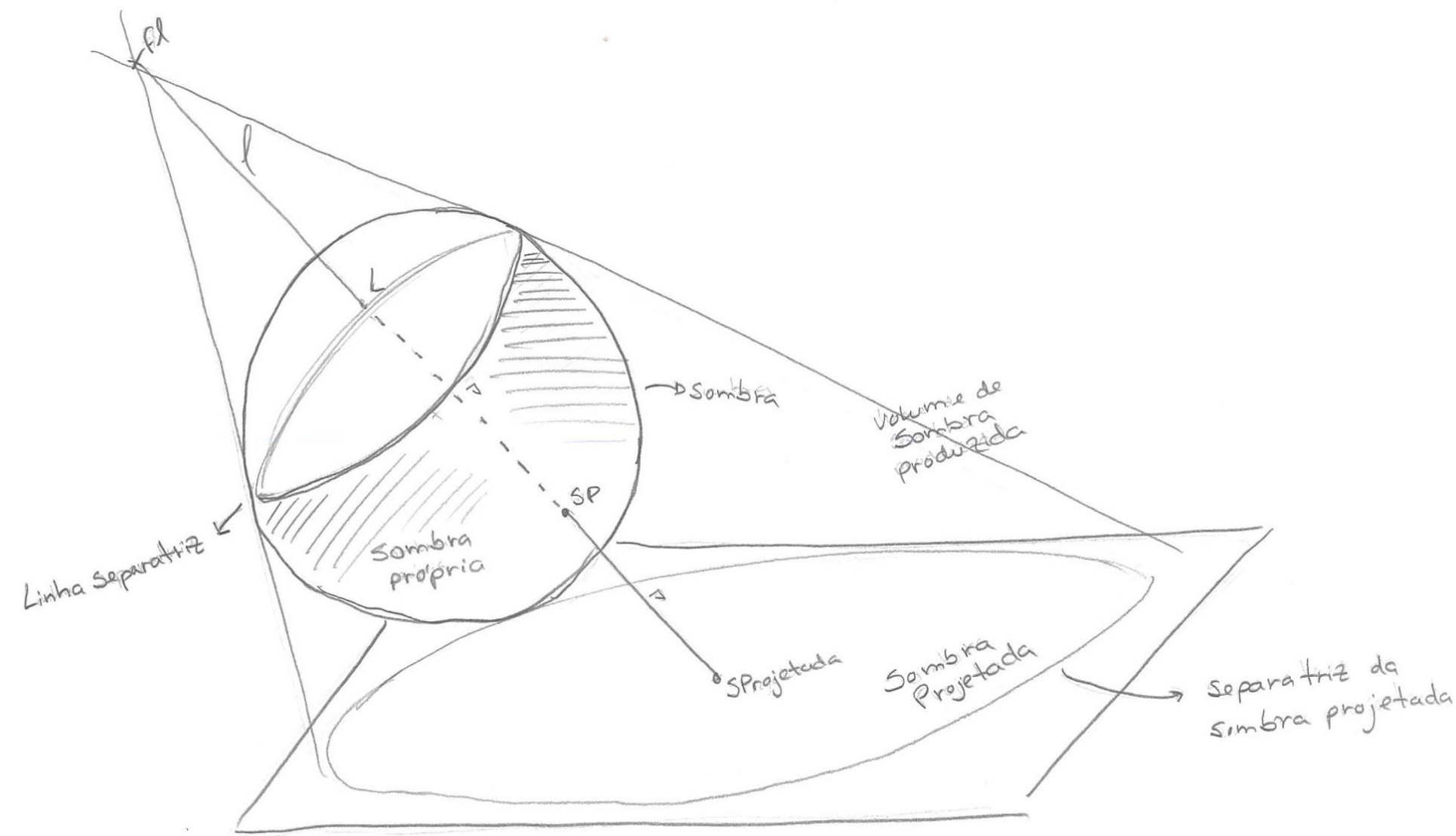
Teoria geral de Sombras

Com origem numa qualquer fonte luminosa, própria ou imprópria, um raio de Luz viaja pelo espaço até encontrar um ponto opaco. Quando o intercepta deixa nele depositado um ponto de Luz transformando-se imediatamente em raio de Sombra e assim continuando como raio de Sombra,

fonte Luminosa

$fl \infty$  - imprópria

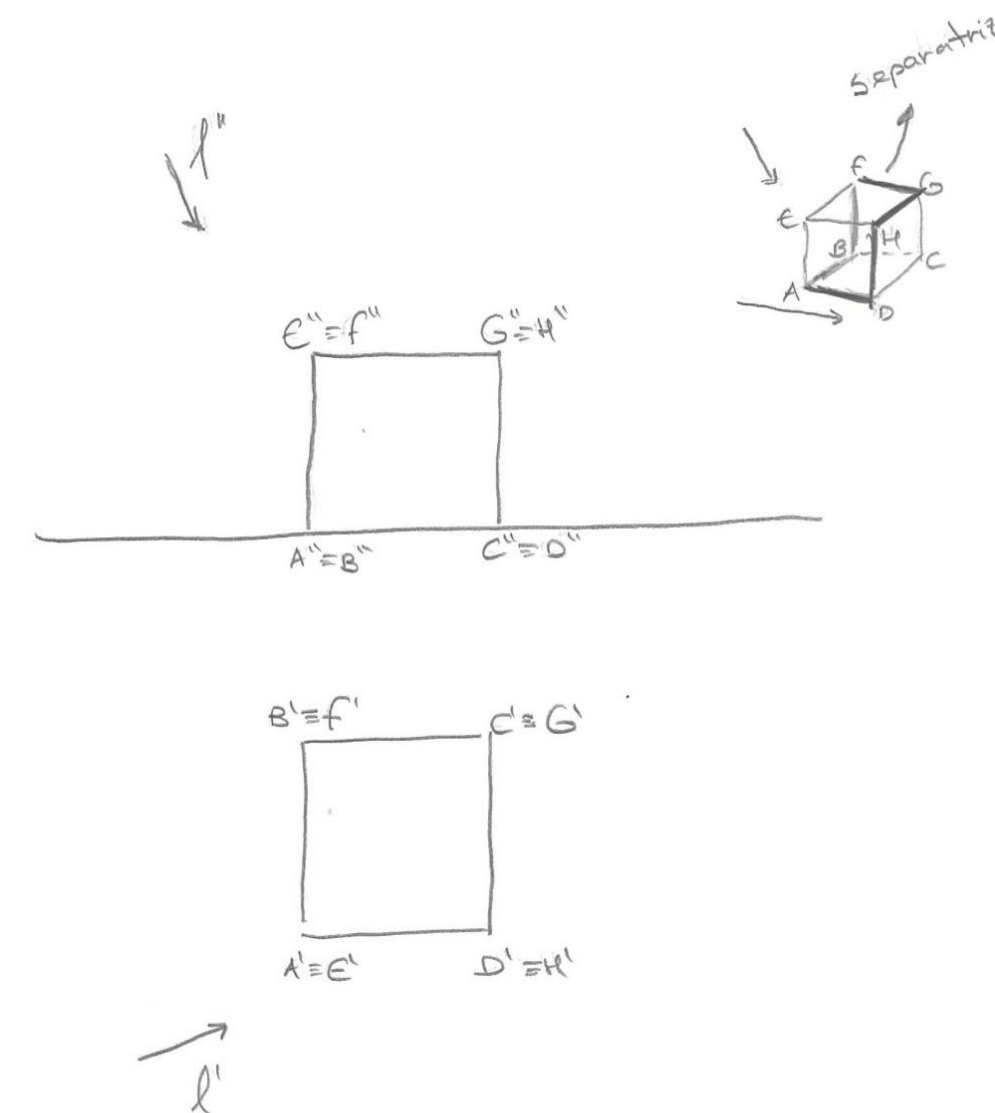
$fl \times$  (ponto) - própria



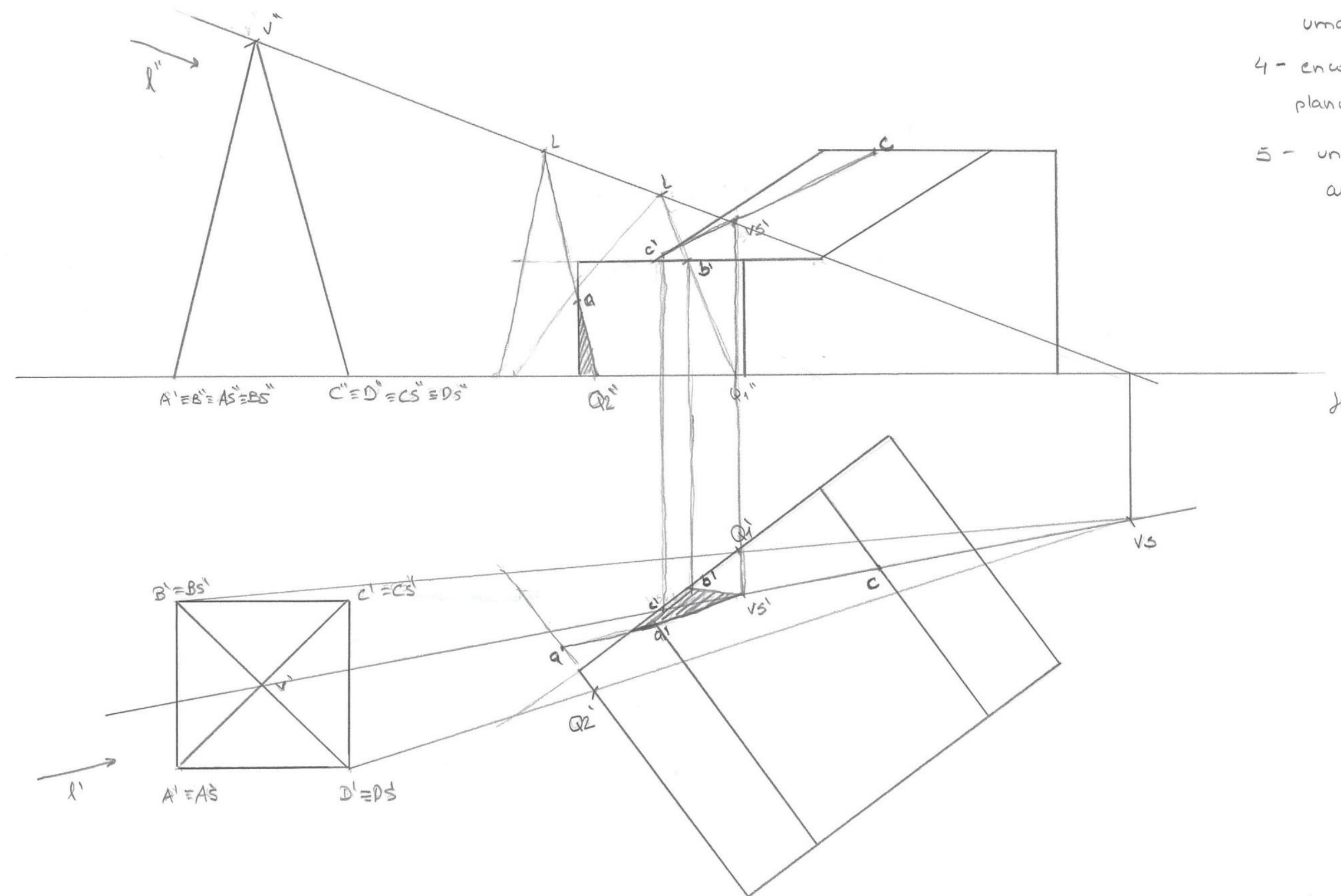
Isofores: } grau de cinzentos ??  
ou  
 Isofotos

Método e determinação de Sombras

- 1 - Planos secantes
- 2 - Superfícies concordantes
- 3 - Pontos do quebra e perda



1- Método plano secante



1 - encontrar a sombra do vértice

2 - com as linhas do limite da sombra intersectar com o sólido e puxar para cima

(3 pontos - 2 pontos de quebra + 4 ponto pertence à reta do raio de luz que passa no vértice)

(Q1/Q2/L)

(Q1/Q2/L)

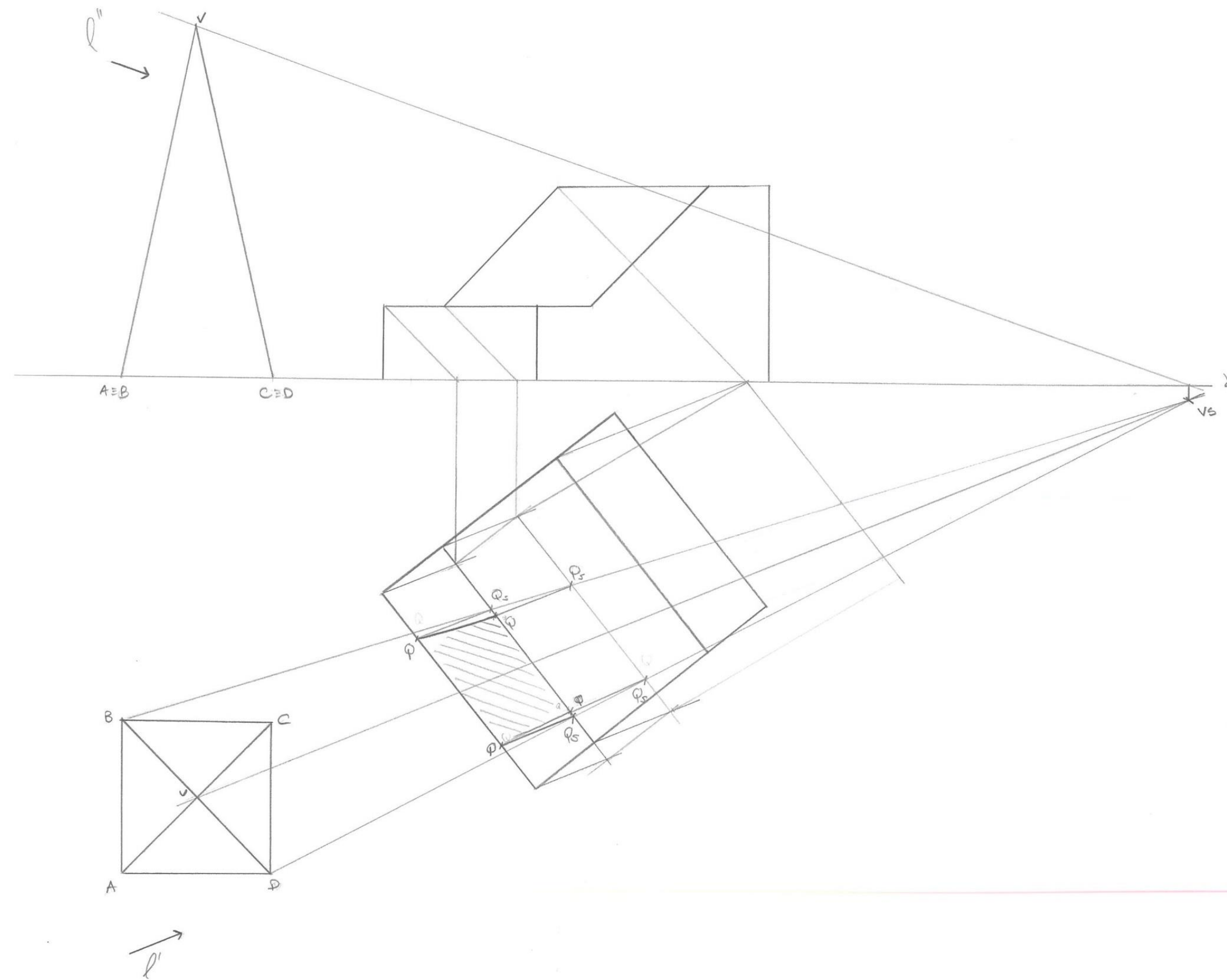
3 - encontrar ponto  $a/b$  e encontrar ponto  $a'/b'$  passando uma paralela ao raio de luz

4 - encontrar onde raio de luz cruza com o plano onde vai estar vértice

5 - unir os dois pontos encontrados ( $a'/b'$ ) ao vértice

3 - Método dos pontos de quebra

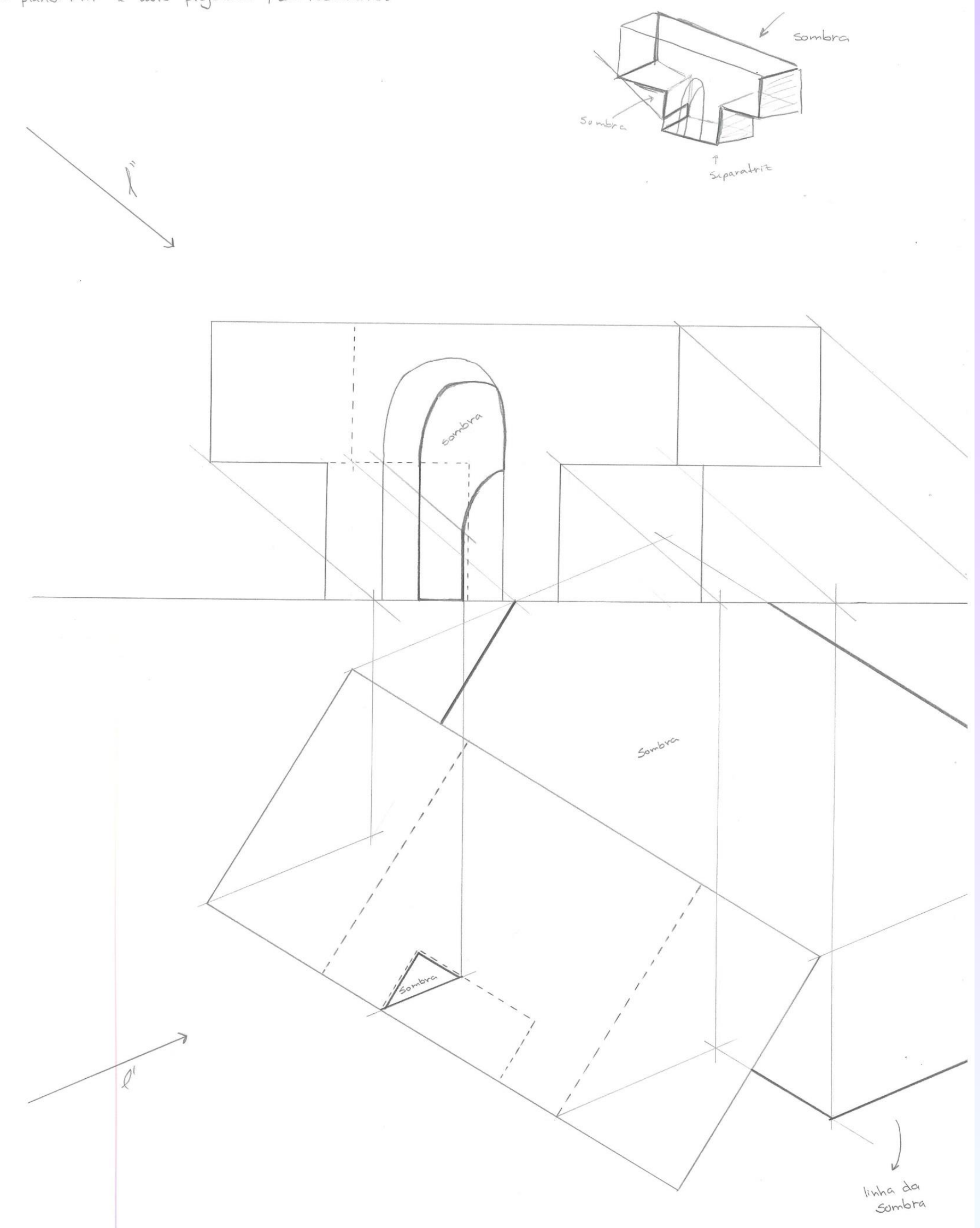
interceptar as duas sombras



13.11

Aula 17 – Sombras

Dadas as projeções ortogonais do volume geométrico e da direção luminosa determine as sombras, própria, projetada no plano PHP e auto-projetada, daí resultantes



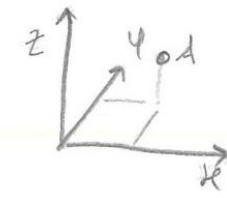
15.11

Aula 18 – Sombras

# Sistemas de coordenadas

Coordenadas ortogonais ou cartesianas  
(x, y, z)

Coordenadas Absolutas  
A (4, 3, 5)



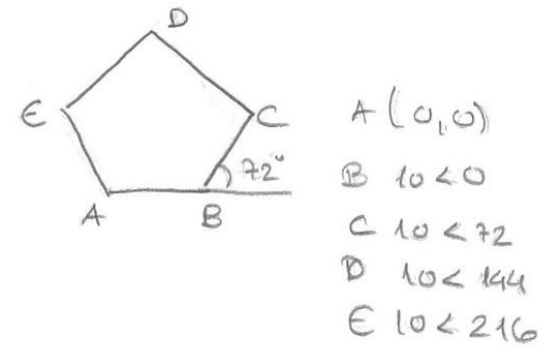
Coordenadas polares - sistema plano

distância < ângulo no plano

0° - horizontal para a direita

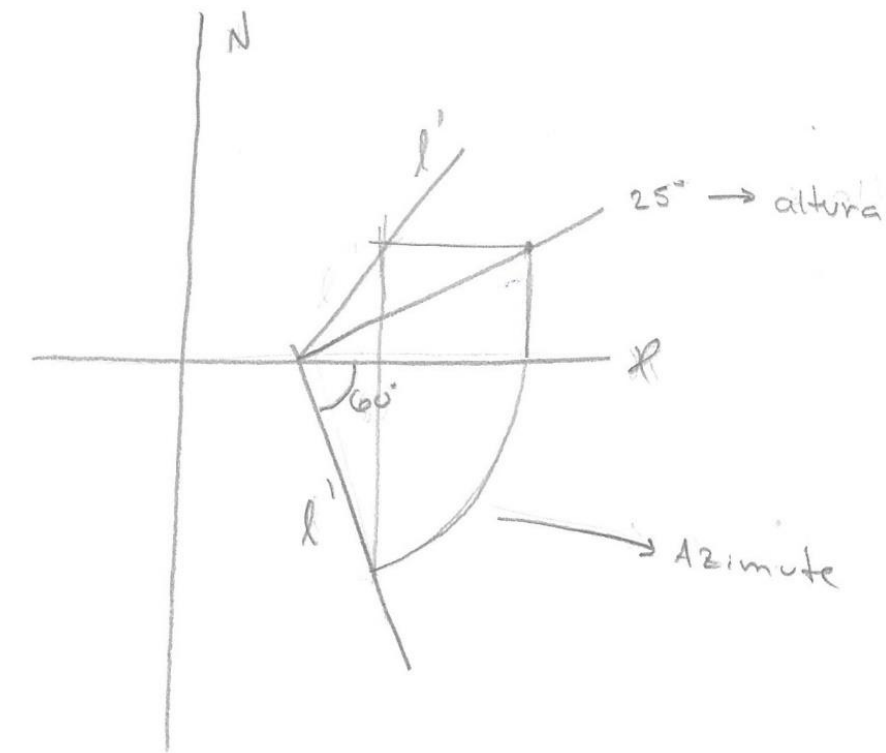
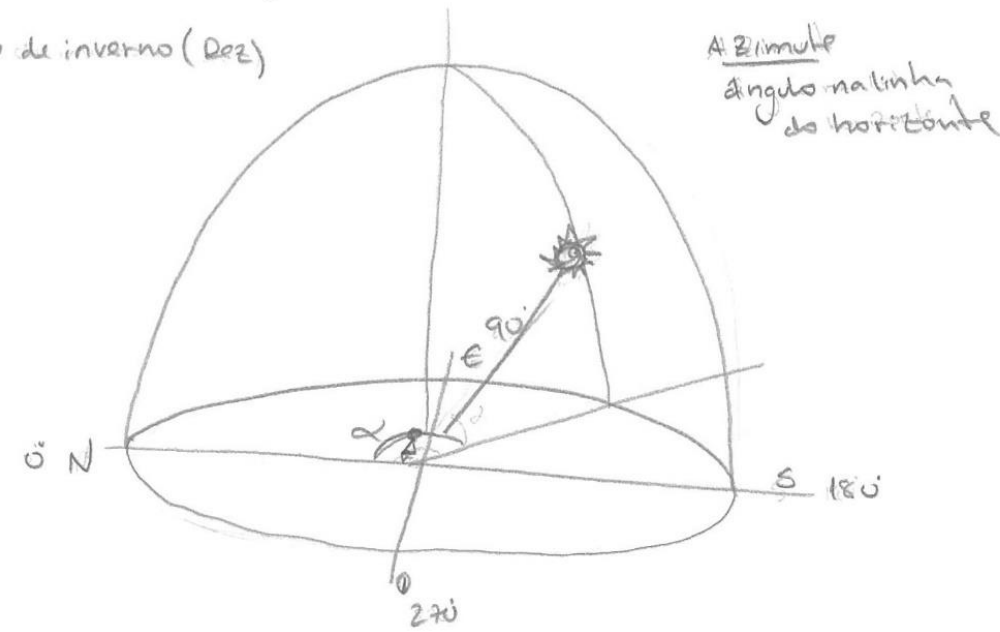
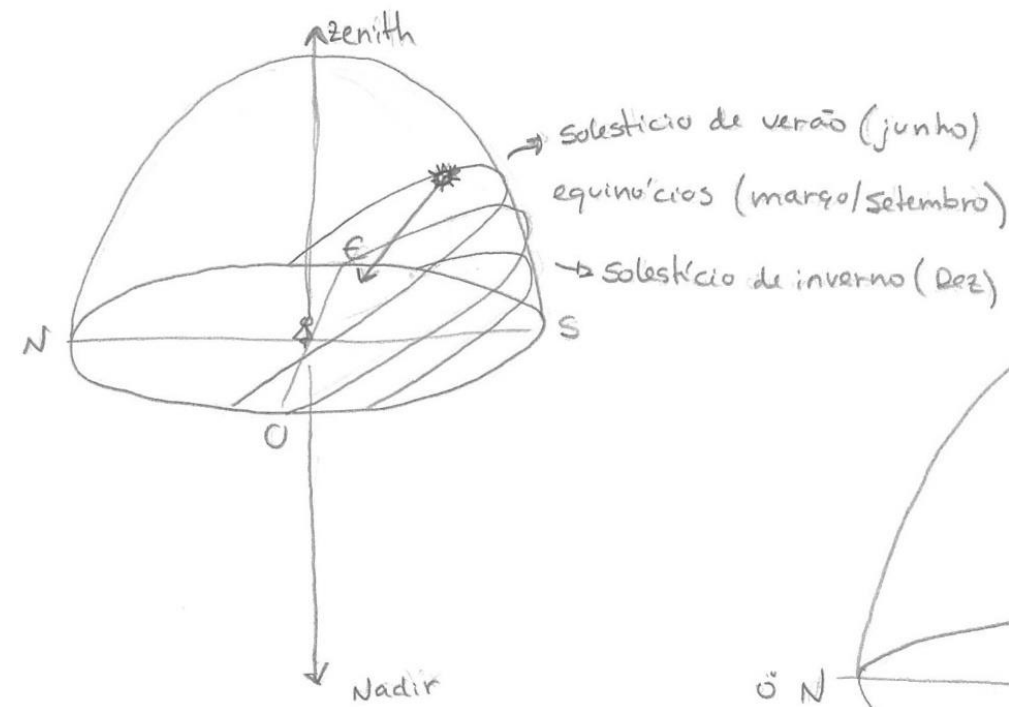
Ângulo incrementam no sentido positivo  
que é o sentido anti-horário

Coordenadas Relativas  
Relativas ao ponto anterior

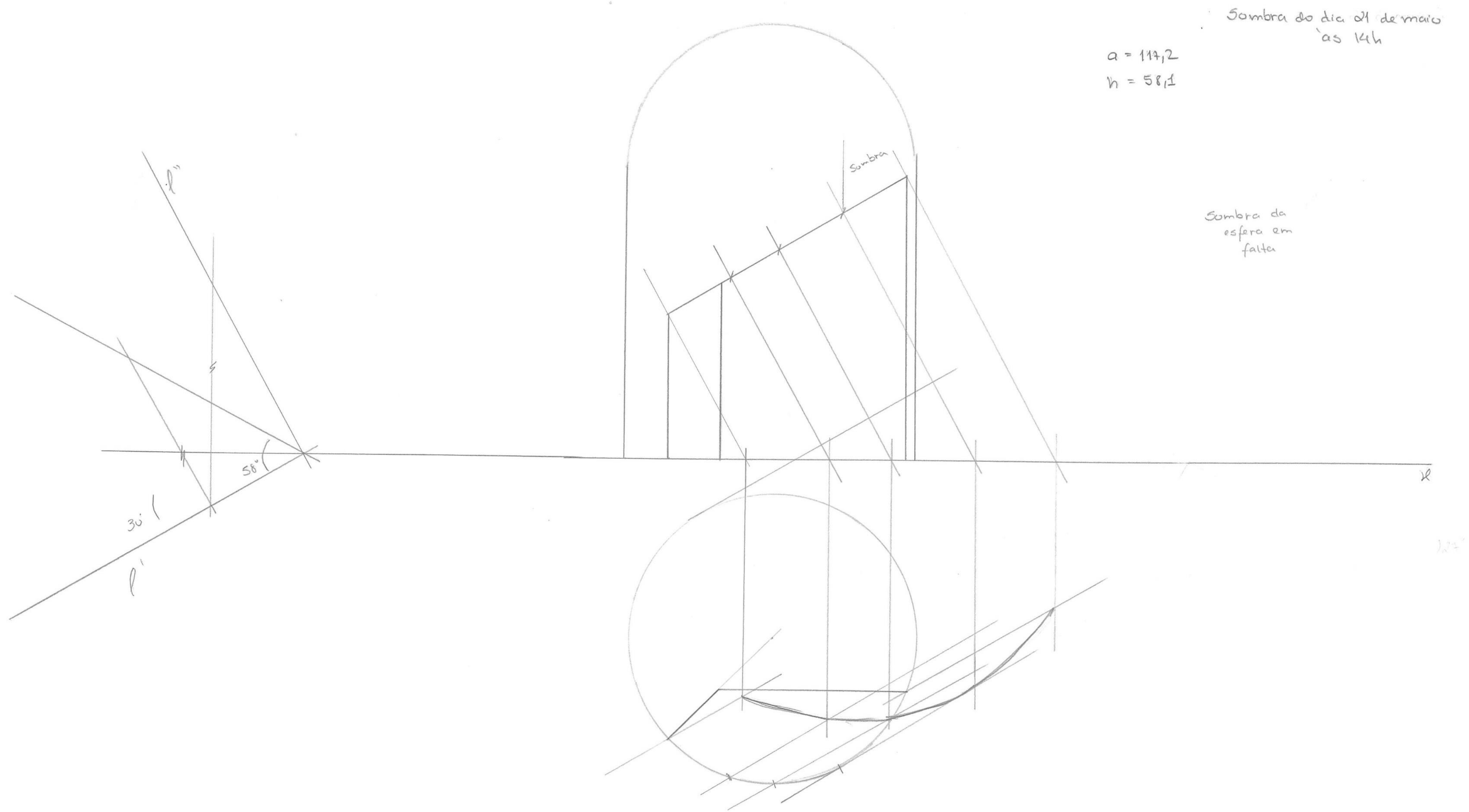


Coordenadas esféricas

Abóbada celeste







## Sistemas de projeção

### Projeções ortogonais

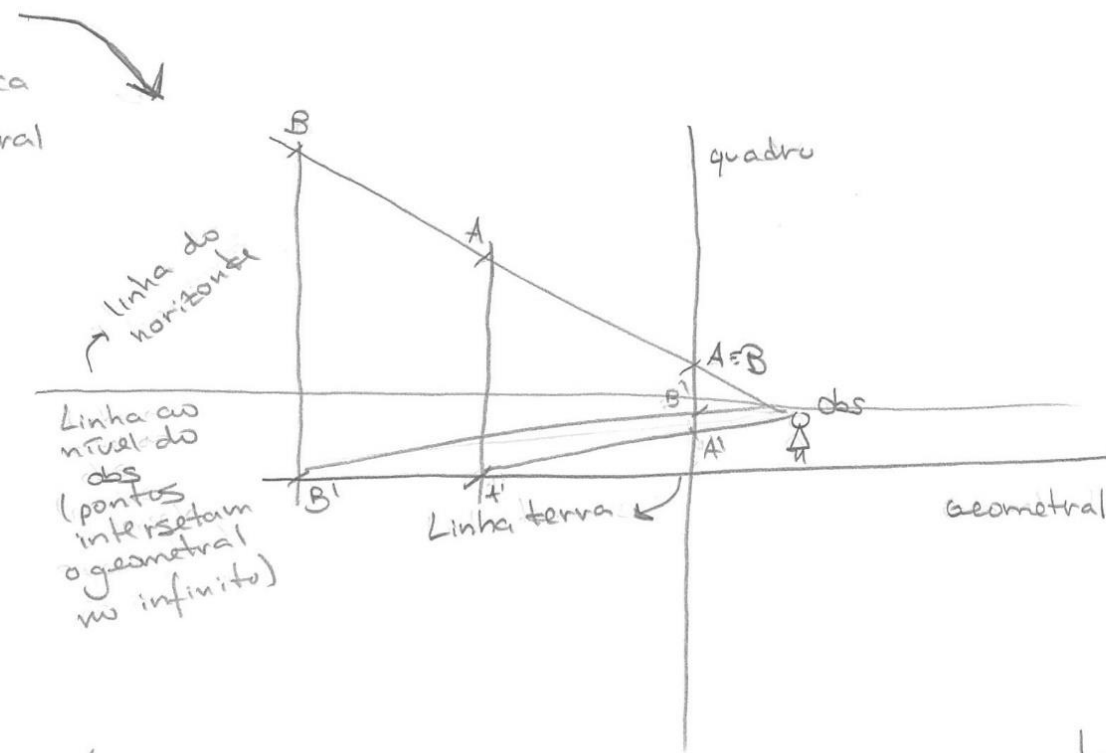
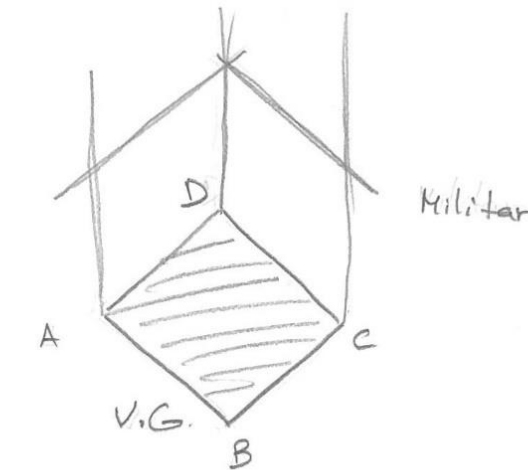
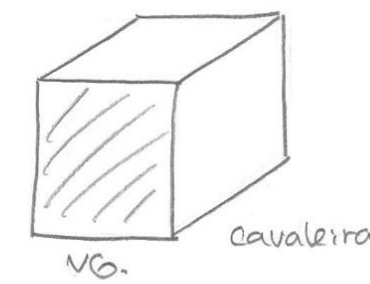
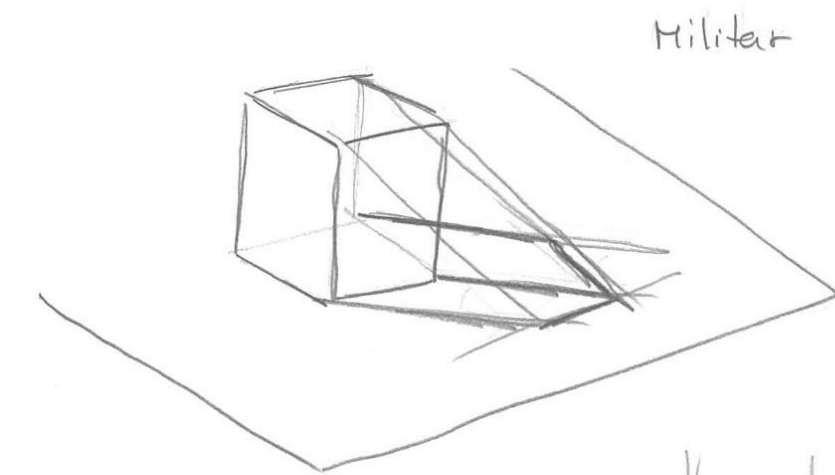
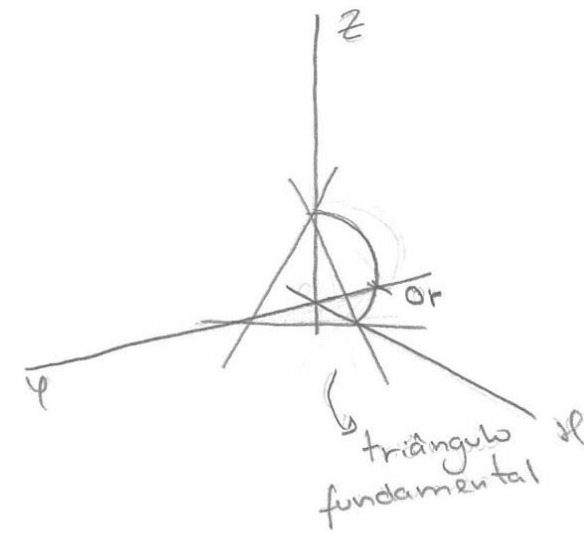
- dupla projeção ortogonal
- projeções cotadas
- axonometrias

### Projeções oblíquas

- perspectiva cavaleira
- perspectiva militar

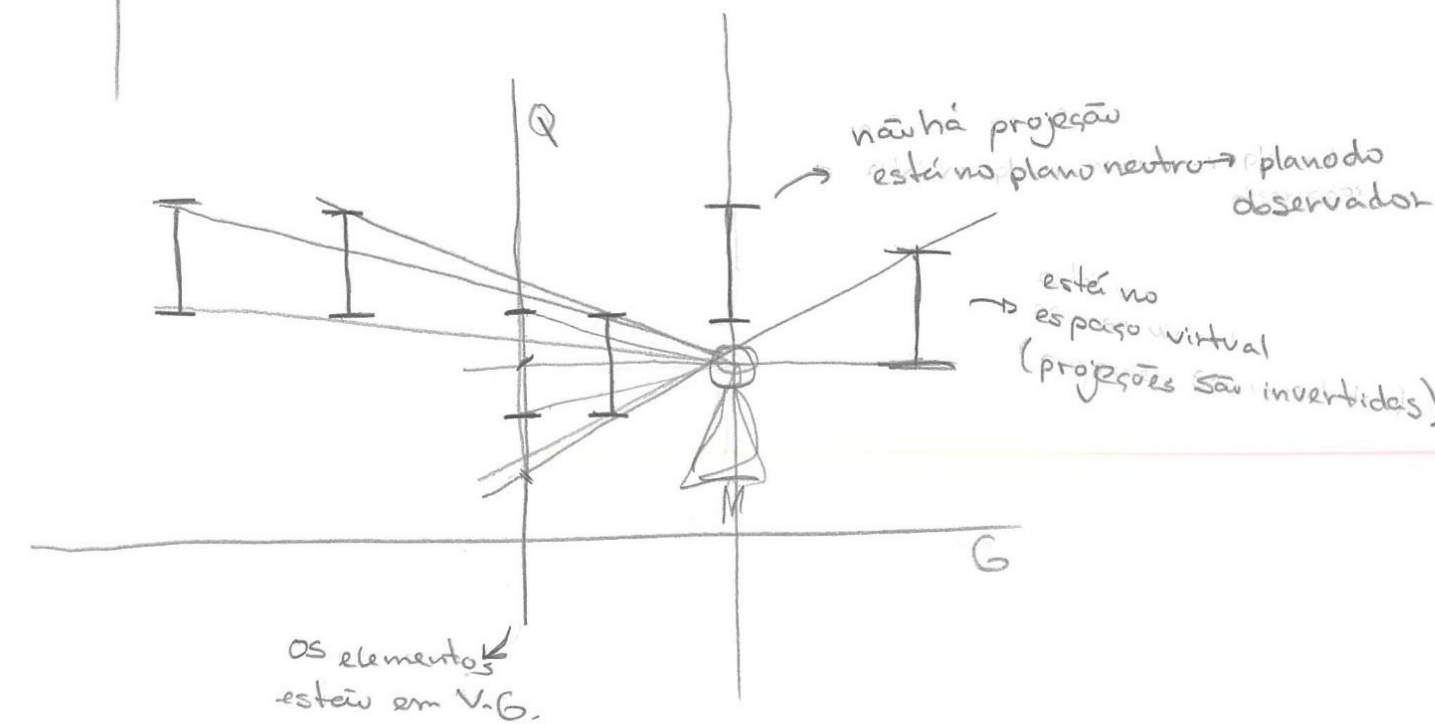
### Projeções cônicas

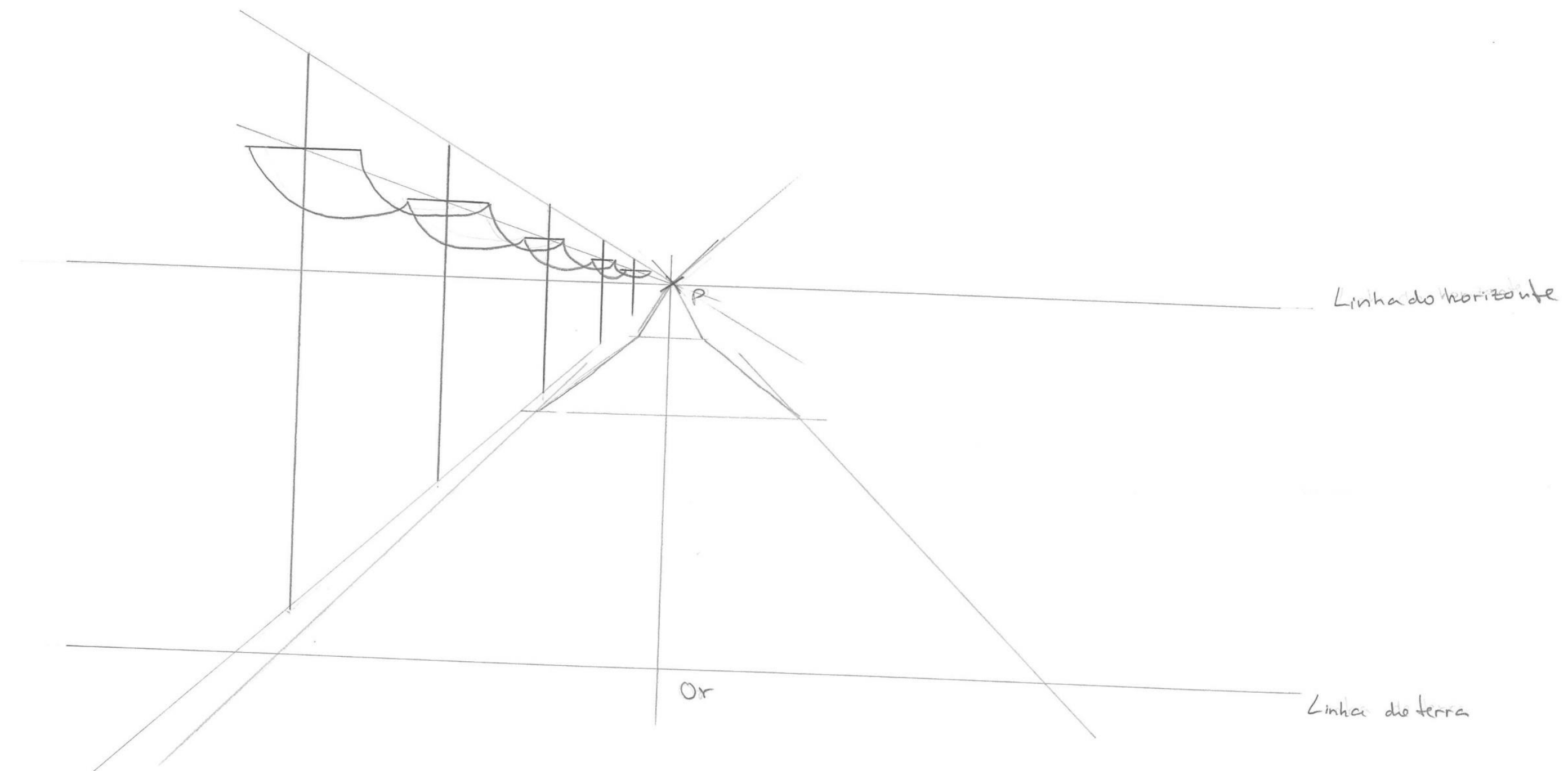
- perspectiva cônica
- Linear/central



Para haver projeções é necessário:

- plano de projeção
- objeto
- linhas projetantes



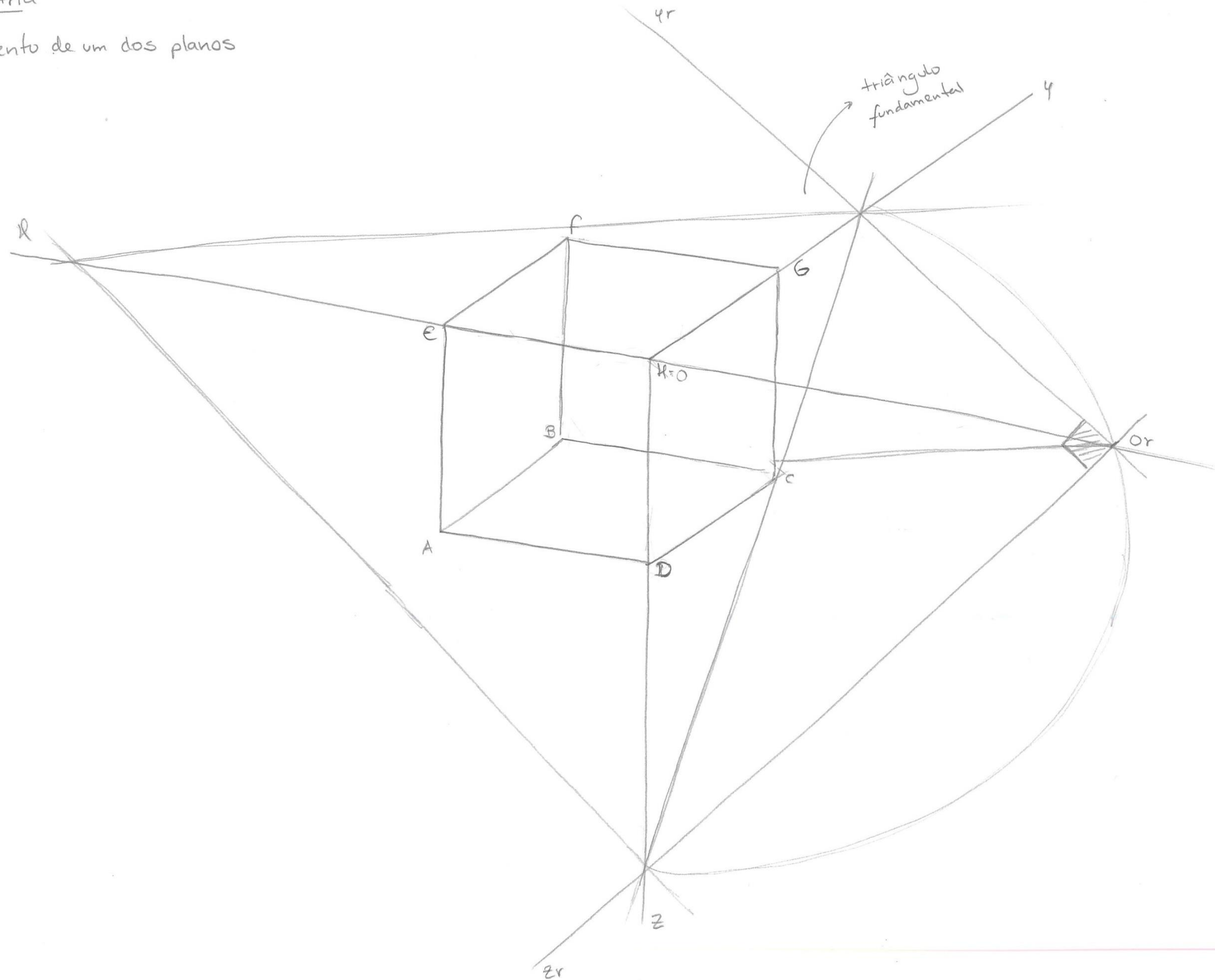


27.11

Aula 21 – Projeções cónicas

Axonometria

rebatimento de um dos planos



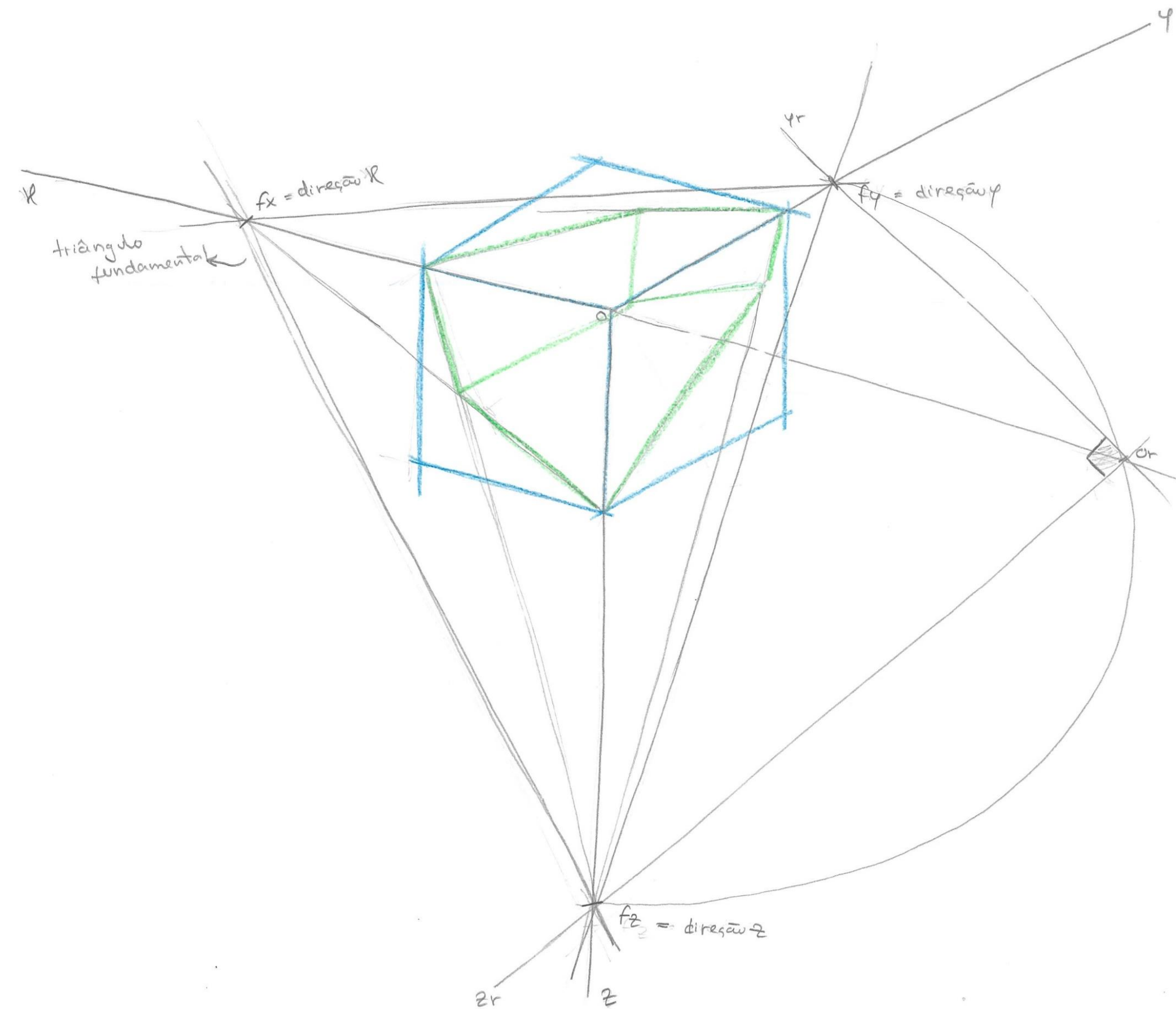
29.11

Aula 22 – Axonometrias

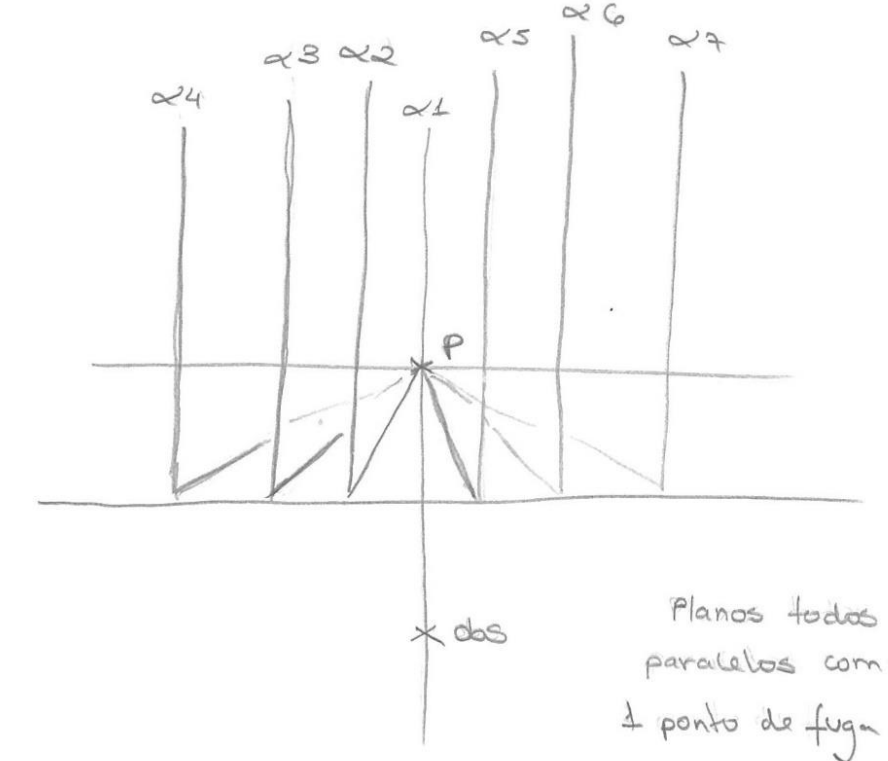
Transformar axonometria  
numa perspectiva com  
3 pontos de fuga

cubo azul - axonometria  
cubo verde - 3 pontos de fuga

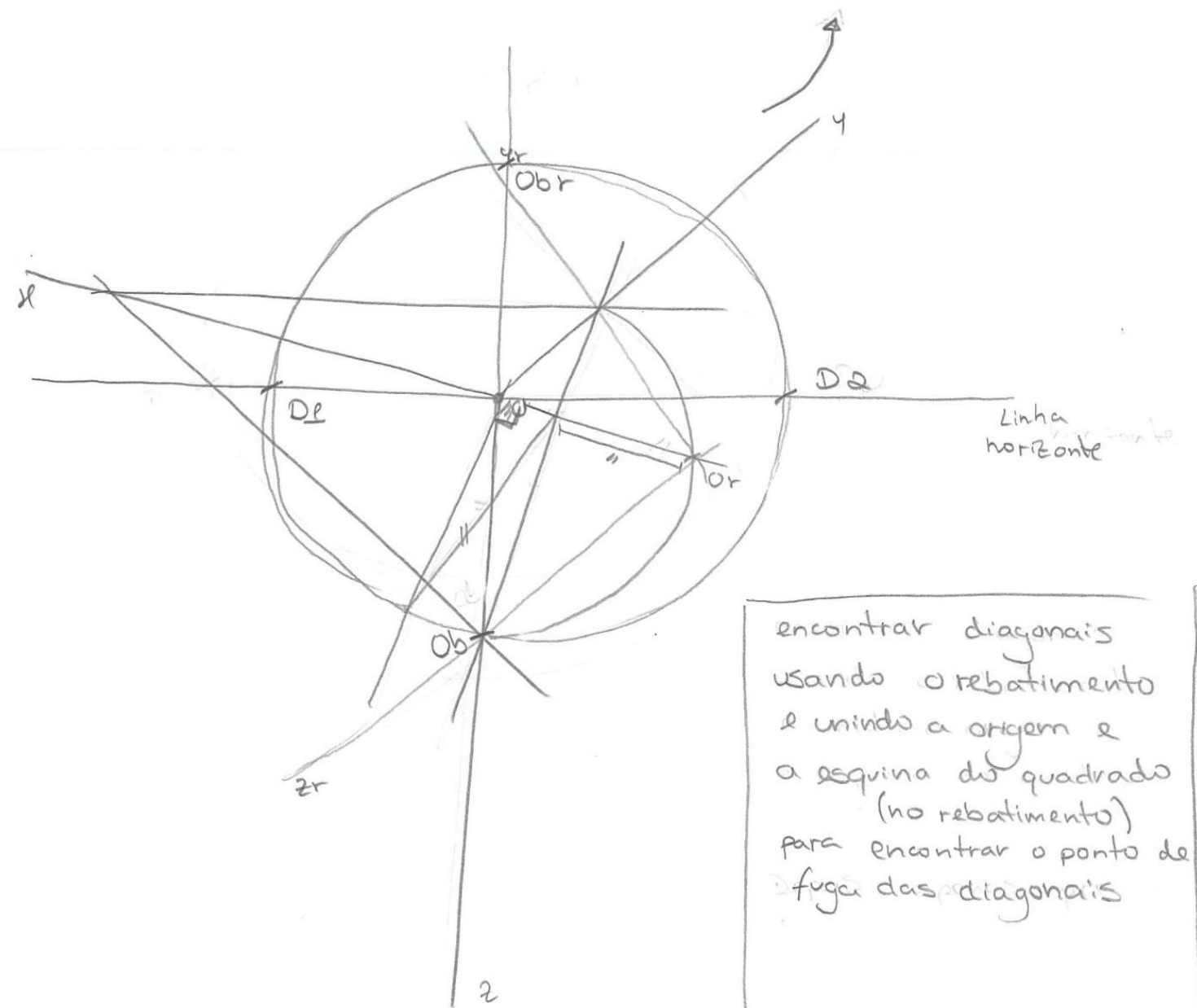
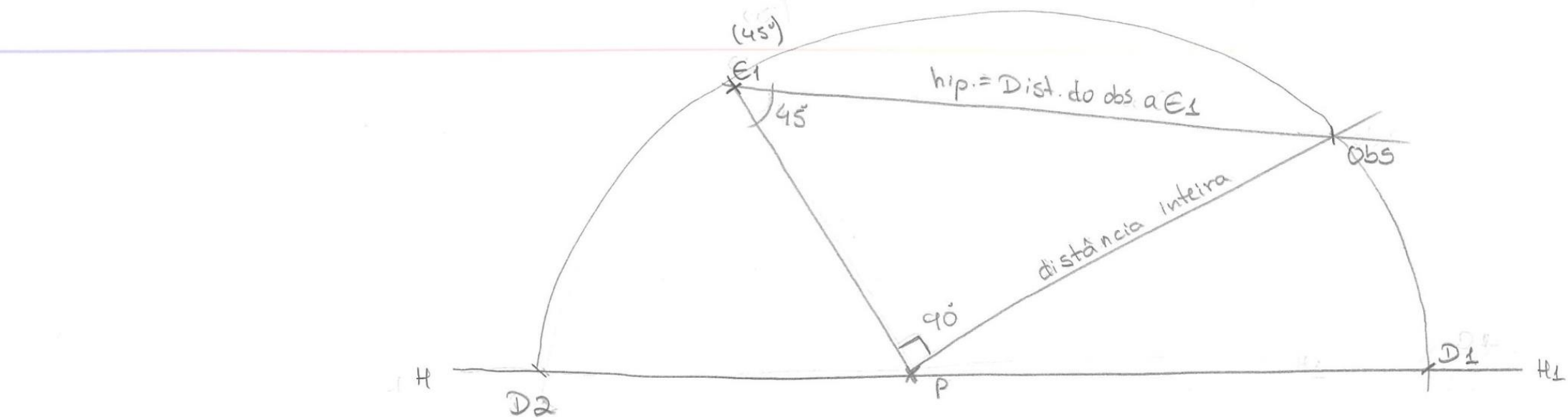
O triângulo fundamental é que  
"faz" os pontos de fuga  
As arestas têm de ir para os  
pontos de fuga



Quais quer 2 pontos de fuga  
unidos definem um plano  
definido a linha de fuga  
desse plano e numa  
linha de fuga posso sempre  
encontrar um ponto de fuga  
de uma qualquer direção

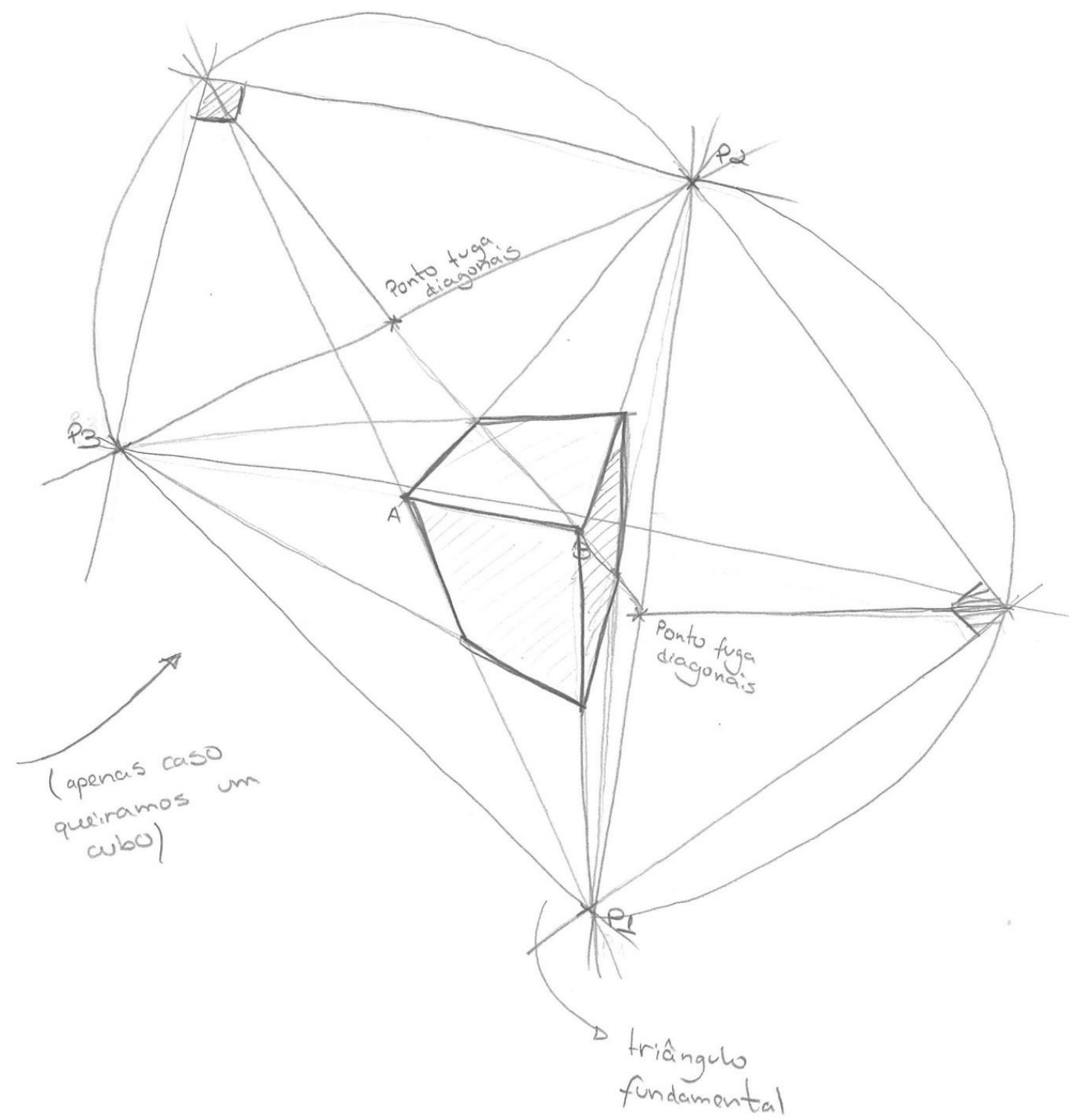


# 29.11 Aula 22 – Axonometrias / Pontos de Fuga

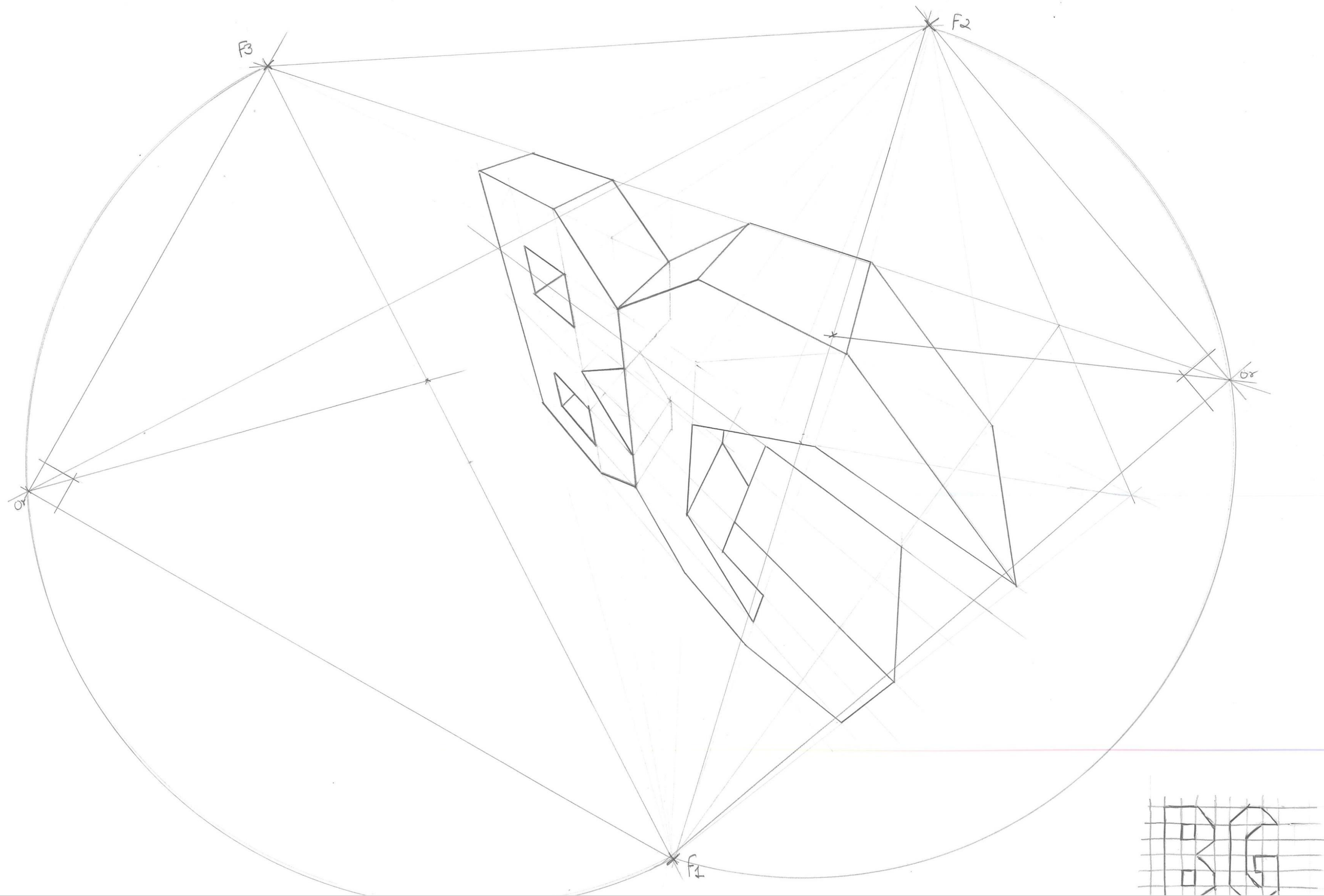


encontrar diagonais usando o rebatimento e unindo a origem e a esquina do quadrado (no rebatimento) para encontrar o ponto de fuga das diagonais

Depois apenas preciso fazer mais 1 diagonal e unir os lados ao ponto de fuga



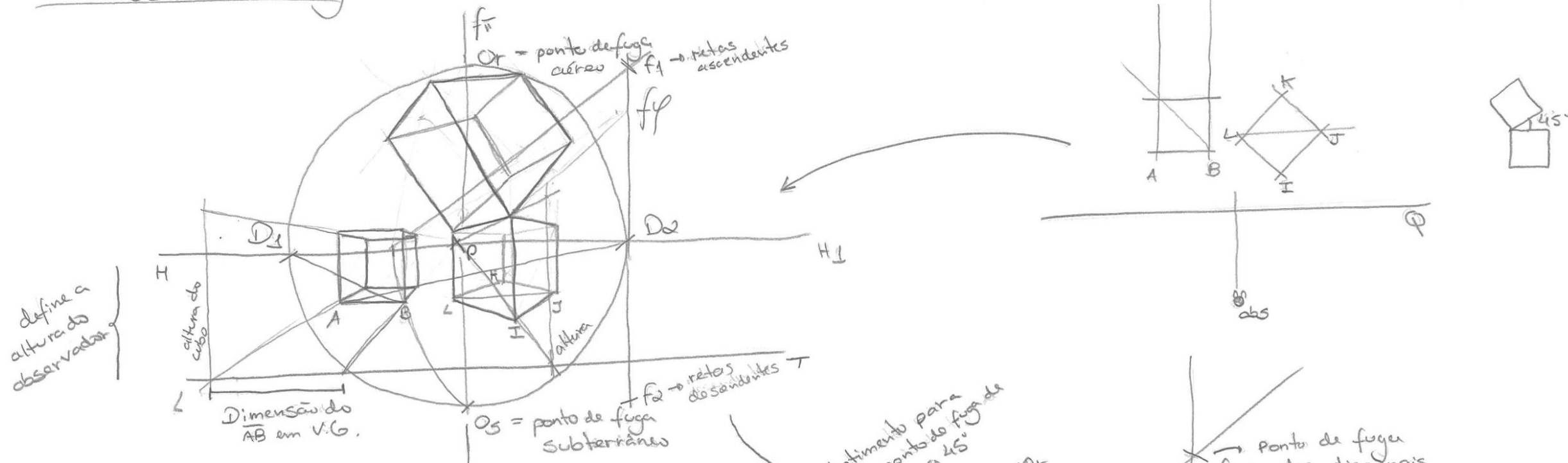
(apenas caso queiramos um cubo)



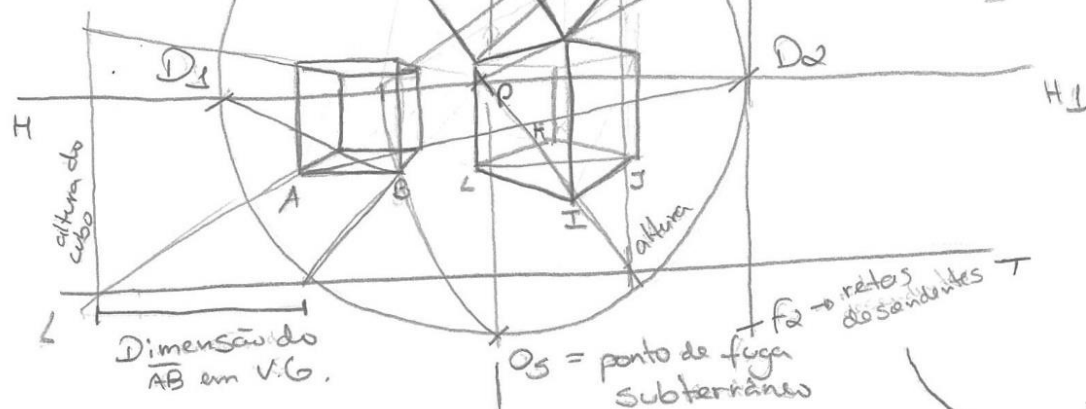
29.11

Aula 22 – Pontos de Fuga

# Pontos De fuga



define a altura do observador



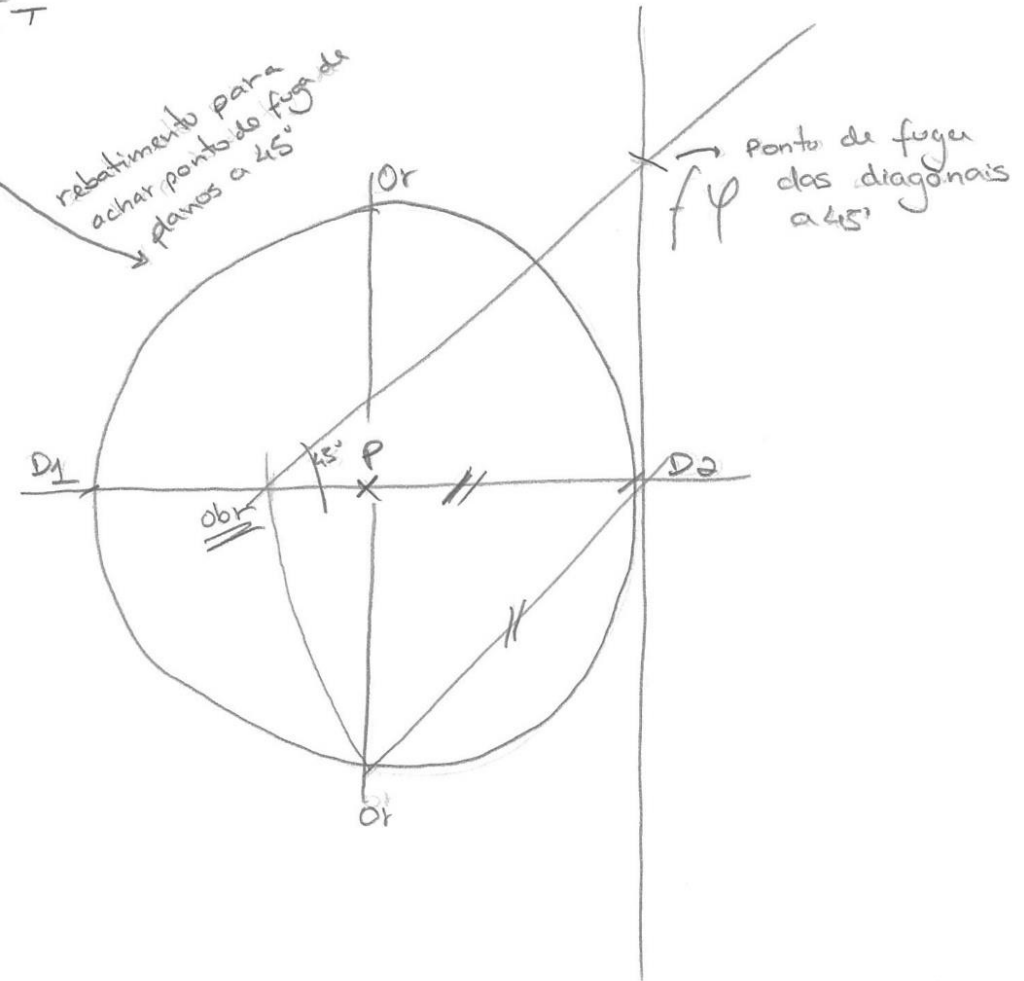
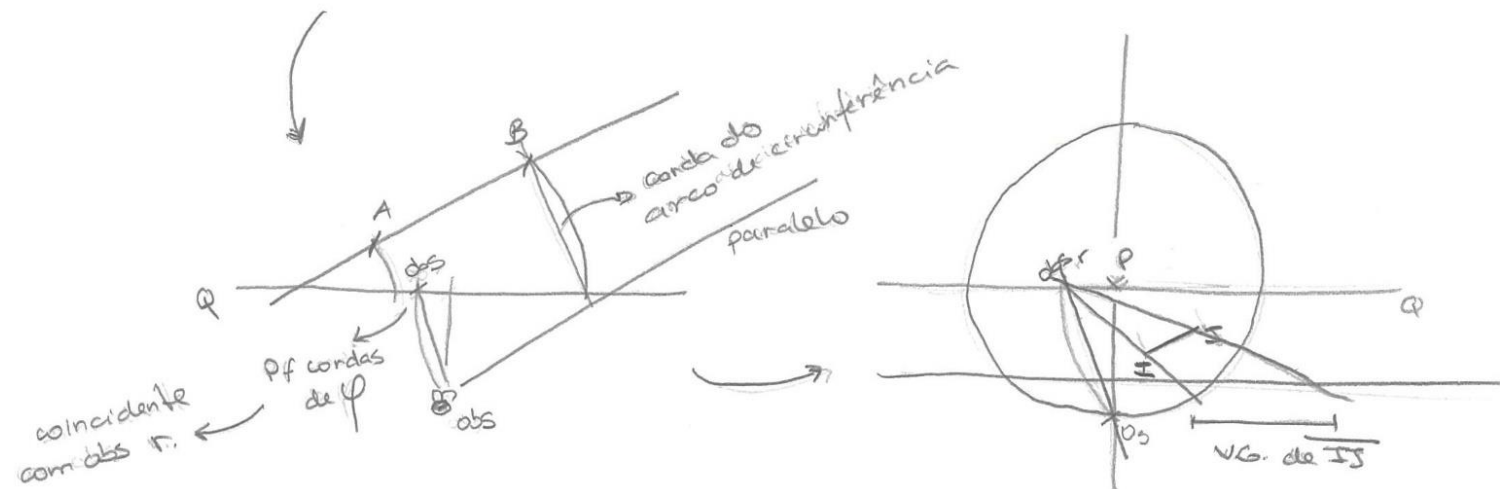
Para fazer um quadrado a diagonal dá nos outro ponto da outra face (45°) → uvo

D1 - ponto fuga das retas de nível que fazem 45° com o plano do quadro à esquerda

Or - Diagonais laterais

IP - Diagonal do quadrado com 2 pontos de fuga

apenas podemos saber a V.G. com retas paralelas ao quadro as outras apenas com rebatimento



- cubo com (1) ponto de fuga (P)
  - uma face paralela o resto vai para o ponto P
  - as diagonais vão ter a D1 e D2
- cubo com (2) pontos de fuga (D1, D2)
  - arestas verticais paralelas e os lados vão ter a D1 e D2
  - uma diagonal é paralela ao quadro a outra vai ter ao ponto P
- cubo com (3) pontos de fuga (D1, f1, f2)

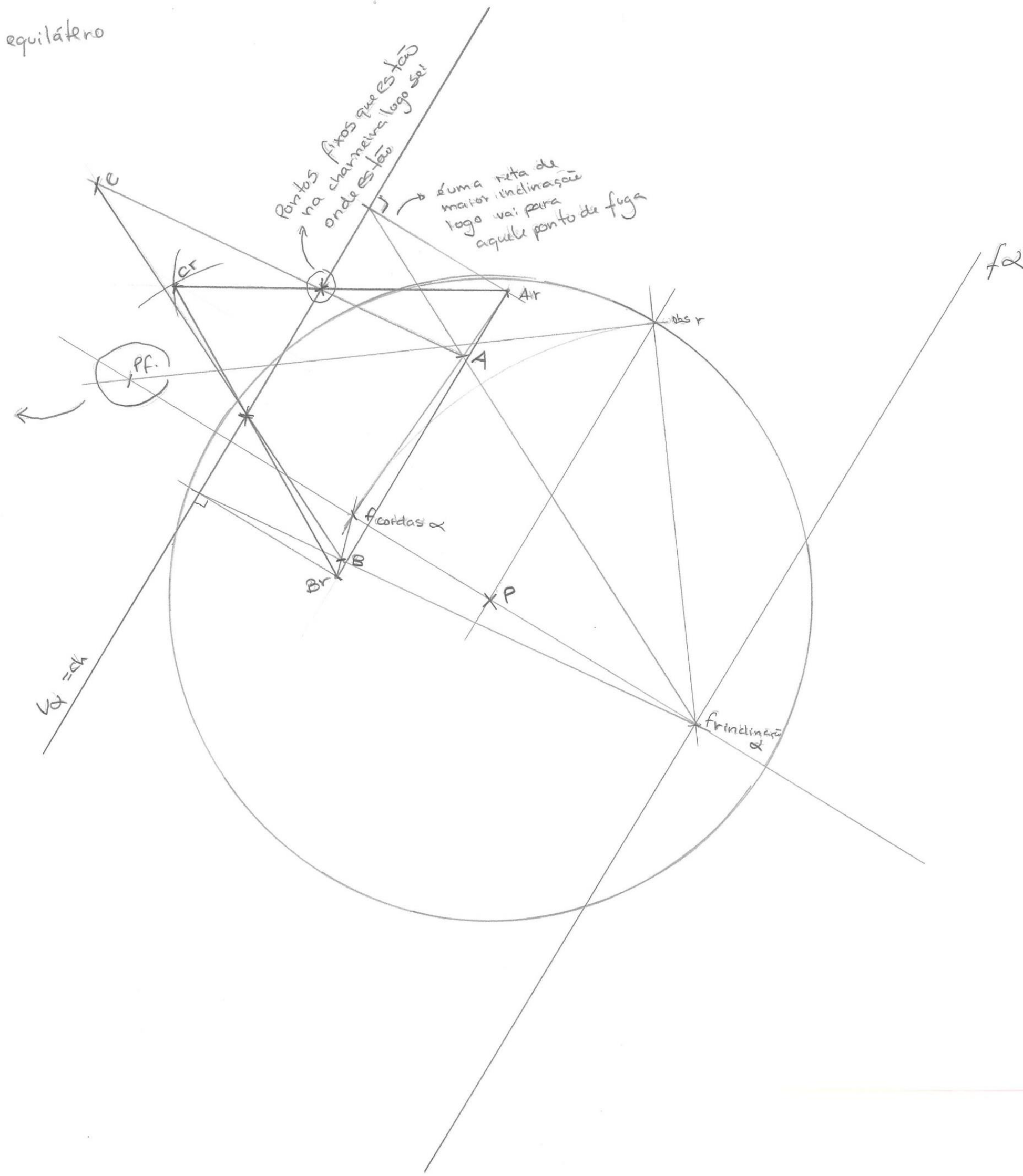
- lados fazem 45° com o plano do quadro
- encontrar os pontos de fuga
- rebater lados usando o tamanho do uvo como referência
- unir esses pontos encontrados com obs r, e cruzar com o lado "original" do uvo





Desenhar um triângulo equilátero em perspectiva

não é necessário determinar



- é usado o ponto de fuga das retas de maior inclinação de  $\alpha$  e o ponto de fuga das cordas de  $\alpha$
- Como a reta de  $t/b/c$  ao plano: São retas de maior inclinação do plano porque temos o traço vertical do plano

